

## ALGEBRA 2 (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 1

*Termín odevzdání: 2. 3. 2020 do 12:10 hod.*

- (1) Uvažujte polynom  $x^3 + x^2 - 2x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$  a označte jeho komplexní kořeny  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  a  $\alpha_3$ . Najděte:
- (a) kubický polynom s kořeny  $\alpha_1^2$ ,  $\alpha_2^2$  a  $\alpha_3^2$ ,
  - (b) kubický polynom s kořeny  $\alpha_1 + \alpha_2$ ,  $\alpha_1 + \alpha_3$  a  $\alpha_2 + \alpha_3$ .
- Odpovědi zdůvodněte.  
(5 bodů)

- (2) Najděte všechna řešení následující soustavy rovnic v komplexních číslech:

$$x + y + z = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0,$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = -15.$$

*Nápověda:* Pomocí Viètových vztahů najděte polynom, jehož kořeny budou přesně hledané hodnoty  $x$ ,  $y$  a  $z$ .

(5 bodů)

- (3) Najděte v  $\mathbb{Q}[x, y]$  největšího společného dělitele polynomů  $f$  a  $g$ , kde

$$f = 3x^3 + yx^2 - 3y^2x - y^3,$$

$$g = x^3 + yx^2 + (y^2 - 1)x + y^3 - y.$$

Odpověď zdůvodněte.

(5 bodů)