

ALGEBRA 2 (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 20. 4. 2020 do 12:10 hod.

- (1) Kolika způsoby lze obarvit stěny krychle třemi barvami? Dvě obarvení považujeme za totožná, pokud lze jedno z druhého dostat otočením krychle.

(5 bodů)

- (2) Rozhodněte, jsou-li následující grupy cyklické:

(a) $(\mathbb{Z}_{14}^*, \cdot, -1, 1)$,

(b) $(\mathbb{Z}_{16}^*, \cdot, -1, 1)$,

(c) $(\mathbb{Z}_{17}^*, \cdot, -1, 1)$.

U těch, které jsou, najděte konkrétní isomorfismus s grupou tvaru $(\mathbb{Z}_n, +, -, 0)$ pro vhodné n . U těch, které nejsou, zdůvodněte proč.

(5 bodů)

- (3) Jsou následující páry grup izomorfní? Buď popište isomorfismus nebo zdůvodněte, proč nejsou:

(a) $\mathbb{Z}_3 \times D_8$ a S_4 ,

(b) D_{12} a podgrupa $G \leq \text{GL}_2(\mathbb{Z}_3)$ tvořená horními trojúhelníkovými maticemi (náповěda: zkuste najít množinu šesti prvků ze \mathbb{Z}_3^2 , které bude G maticovým násobením permutovat stejně, jako D_{12} permutuje vrcholy šestiúhelníku).

(5 bodů)