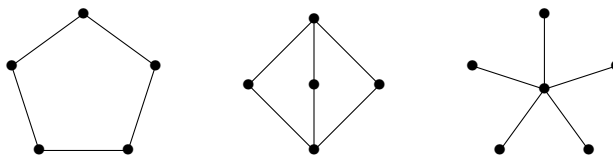


ALGEBRA 2 (NMAG 202) – TEST 25. 5. 2020

Jméno:

Tvrzení a definice pečlivě formulujte včetně všech předpokladů. Pište text stejně formálně, jako je psán ve skriptech. Odpovědi na otázky zdůvodněte. Pokud používáte nějaké netriviální tvrzení z přednášky, uveďte explicitně odkaz (často budete vyzváni, abyste všechna použitá tvrzení zformulovali). Časový limit je 120 minut.

1. (15 bodů) Určete, kolik prvků kterého řádu má grupa automorfismů (tj. isomorfismů sama na sebe) každého z následujících tří grafů:



Které z těchto grup jsou abelovské? Které řešitelné a jakého stupně?

2. (15 bodů) Najděte minimální polynom $\sqrt{2} + \sqrt[4]{2}$ nad \mathbb{Q} .

Jméno:

3. (15 bodů) Kolika způsoby lze obarvit stěny pravidelného čtyřstěnu k různými barvami? Dvě obarvení považujeme za totožná, pokud se liší otočením čtyřstěnu.

4. (20 bodů) Kolik podgrup má grupa \mathbb{Z}_{23}^* ? Kolik existuje homomorfismů $\mathbb{Z}_{23}^* \rightarrow \mathbb{Z}_n$ v závislosti na n (uvažujte pro jednoduhost pouze n liché)? Jak velké mají tyto homomorfismy jádra? Uveďte všechny věty, které používáte.

Jméno:

5. (20 bodů) Určete stupeň rozkladového nadtělesa polynomu $f = x^4 - 5$ nad \mathbb{Q} . Určete, kolik prvků má Galoisova grupa $\mathbf{Gal}(f/\mathbb{Q})$ a popište její jednotlivé prvky (tj. jak působí na rozkladovém nadtělese f). Je tato grupa abelovská? Je řešitelná?