PŘÍKLAD NA TVRZENÍ 4.28 (DYADICKÝ ROZVOJ)

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\\9&10\\11&12\end{pmatrix} &= \left(\begin{pmatrix}1&0&0\\4&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&2&0\\0&5&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&3\\0&0&6\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}7&8\\9&10\\11&12\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}1&0&0\\4&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\\9&10\\11&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&2&0\\0&5&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\\9&10\\11&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&3\\0&0&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\\9&10\\11&12\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}1&0&0\\4&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\\0&0\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&2&0\\0&5&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\9&10\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&3\\0&0&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&0\\11&12\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7&8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}9&10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}11&12\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}7&8\\28&32\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}18&20\\45&50\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}33&36\\66&72\end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Příklad je počítaný nad $\mathbb{R}$. V prvním řádku vlevo je součin dvou matic, přesně jako v tvrzení 4.28 (levá je A, pravá je B). V předposledním řádku je přesně to vyjádření, jehož existenci tvrzení 4.28 dává. Poslední řádek vznikne jen maticovým násobením a jsou v něm dopočítány explicitně požadované matice hodnosti 1 (hodnost můžete Gaussovou eliminací ověřit, pro pochopení doporučuji).

Ty ostatní řádky spíš slouží pro pochopení, jak se k vyjádření z tvrzení 4.28 vlastně dojde. Diskuze po jednotlivých rovnostech:

(1) První rovnost: Vyjádříme matici A jakožto součet matic takových, že každá má všude nuly mimo jediný sloupec.
(2) Druhá rovnost je jen distributivita maticového násobení.
(3) Třetí rovnost: Protože levé matice v součinech mají hodně nul, v pravých maticích můžeme vždy vynulovat vše kromě jednoho řádku, aniž by se změnil součin (plyne přímo z definice maticového násobení, toto pochopte!)
(4) Čtvrtá rovnost: Opět jako v předchozí rovnosti, můžeme součin zapsat mnohem úsporněji beze změny výsledku (pochopte!)