du2:

Spoctete rekurentni vztah pro $I_{2k} = \int \cos^{2k} x dx$, tedy ukazte, ze
$I_2 = \frac{1}{2}(x + \sin x \cos x) + c$
$I_{2k} = \frac{1}{2-2k}\left(\sin x \cos^{2k-1} x - (2k-1) I_{2k-2}\right) + c$

Napoveda: $\cos^2 x = \frac{1+cos(2x)}{2}$, v integralu $\int \cos^{2k} x dx$ pouzijte per partes s $f = cos^{2k-1} x$

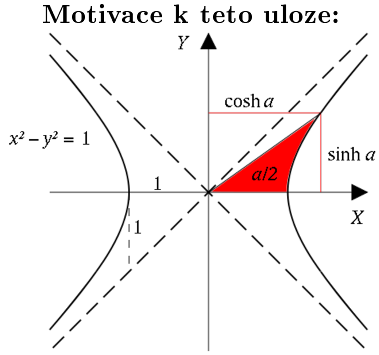
Motivace pro tuto ulohu:
Pocitani integralu pomoci parcialnich zlomku vede k reseni integralu ctyr typu:
$\int \frac{A}{x+B}\, dx = A\ln(x+B) + c$,
$\int \frac{A}{(x+B)^n}\, dx = \frac{A}{(-n+1)(x+B)^{n-1}} + c$ pro $n \in N, n > 1$,
$\int \frac{A}{B(x^2+1)}\, dx = \frac{A}{B}\arctan(x) + c$ a
$\int \frac{A}{B(x^2+1)^n}\, dx$ pro $n \in N, n > 1$.
Posledni integral lze pomoci substituce $y = \arctan(x)$ prevest na integral $\frac{A}{B}\int \cos^{2n-2} y dy$.

du3:

Dokazte, ze $\int \sqrt{x^2-1}\, dx = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{x^2-1} - \ln\left(\sqrt{x^2-1} + 2x\right)\right]$

Napoveda: Pouzijte substituci $t = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

Motivace k teto uloze:



Podobne jako na jednotkove kruznici definujeme goniometricke funkce cos a sin, muzeme pro jednotkovou hyperbolu $x^2 - y^2 = 1$ definovat hyperbolicke funkce $x = \cosh a$ a $y = \sinh a$, kde $a/2$ je v tomto pripade plocha vymezena osou x, hyperbolou a spojnici pocatku souradnic s bodem [x,y], jak je videt na obrazku.

Obsah cervene plochy lze spocist (pro $x_0 \geq 1$, $y_0 \geq 0$) jako

$$\frac{a}{2} = \frac{1}{2}x_0\sqrt{x_0^2-1} - \int_1^{x_0} \sqrt{x^2-1}\, dx.$$

Po dosazeni tedy ziskame

$$\frac{a}{2} = \frac{1}{2}x_0\sqrt{x_0^2-1} - \frac{1}{2}\left[x_0\sqrt{x_0^2-1} - \ln\left(\sqrt{x_0^2-1} + x_0\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{x_0^2-1} + x_0\right) = \frac{1}{2}\text{argcosh}(x)$$

tedy $\cosh a = x$.

du4:

Spoctete alespon dva z nasledujicich 4prikladu:

1, Spoctete limitu (pripade jednostranne limity):

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\tan(x)}{1+\sin(x)}\right)^{\frac{1}{\tan^3(x)}}$$

2, Naleznete primitivni funkci(vsude, kde existuje):

$$\int |x-1|-|x+2|\,dx$$

3,Vysetrete lokalni a globalni extremy:

$$f(x)=2|x+1|x^3+x^2 \quad x\in(-2,1]$$

4, Vysetrete prubeh funkce:

$$f(x)=\arctan(|x|)-\frac{x+1}{x^2+1}$$

Motivace k teto uloze: Tyto prikady se objevily na zkouskovych pisemkach v minulych letech.:)