

Limity funkcí II

Základní limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Pro výpočet limit typu “ 1^∞ ”:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow a} g(x) \ln(f(x))}.$$

Příklady

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}, a \in \mathbb{R}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x^2}}{1 - \cos x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x \cos 3x}{1 - \cos x}$
5. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin nx}{\sin mx}, n, m \in \mathbb{N}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - x}$
7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}(2x) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+2x) - 2\sin(a+x) + \sin a}{x^2}, a \in \mathbb{R}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cotg}(a+2x) - 2\operatorname{cotg}(a+x) + \operatorname{cotg} a}{x^2}, \sin a \neq 0$
10. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arccos(1-x)}{\sqrt{x}}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)}{x}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}, a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) + \ln(a-x) - 2 \ln a}{x^2}, a > 0$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + ax))}{\sin bx}, a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$
15. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \ln a) \ln\left(\frac{\ln ax}{\ln \frac{x}{a}}\right), a > 0$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}$
17. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \log_x 2$
18. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$
19. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$
21. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{\operatorname{cotg} \pi x}$
22. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\operatorname{cotg} \pi x}$
24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$
25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x^\alpha}{\sin \pi x^\beta}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 0$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha \neq \beta$
27. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x - a}, a \in \mathbb{R}^+$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x2^x}{1 + x3^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^{x^2} + b^{x^2}}{a^x + b^x}\right)^{\frac{1}{x}}, a, b \in \mathbb{R}^+$