

1 První domácí úkol

Ze zadaných příkladů si vyberte libovolné 4 a ty vyřešte. Můžete vyřešit i více úloh a já vám je opravím a dám vám feedback.

- (1) Najděte supremum a infimum množiny

$$M_1 = \left\{ \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

- (2) Najděte supremum a infimum množiny

$$M_2 = \left\{ 1 - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

- (3) Najděte supremum a infimum množiny

$$M_3 = \{2^{-n}, n \in \mathbb{N}\}$$

- (4) Dokažte

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{pro každé } n \in \mathbb{N}.$$

- (5) Uvažujme množinu S všech (konečných) slov skládajících se z písmen a, b, c, d. Formálně S je množinou konečných posloupností prvků a, b, c, d. Ještě formálněji můžeme psát

$$S = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{a, b, c, d\}^n,$$

kde pro množinu X definujeme X^n jako množinu všech uspořádaných n -tic prvků z X . Dále množinu S_a definujeme jako množinu všech (konečných) slov skládajících se z písmen a, b, c, d, které začínají na a. Formálně je S_a množina všech konečných posloupností prvků a, b, c, d jejichž první člen je a. Definujte bijekci mezi S_a a S nebo dokažte, že taková bijekce neexistuje.

- (6) Znegujte následující dva výroky a rozhodněte zda platí uvedený výrok, nebo jeho negace.

$$(\forall a \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}})(\exists b \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}})(\forall n \in \mathbb{N})(a(n) < 2b(n)),$$

$$(\exists a \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}})(\forall b \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}})(\exists K \in \mathbb{N})(\exists n \in \mathbb{N})(a(n) > Kb(n)).$$

Zde $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ značí množinu všech zobrazení $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, tj. množinu všech posloupností reálných čísel.