

LINEÁRNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE PRVNÍHO ŘÁDU

Nalezněte všechna maximální řešení následujících rovnic.

1. $y' - \frac{1}{x+1}y = -\frac{1}{100}$

2. $y' - \frac{2}{x}y = 2x^3$

3. $y' + (\operatorname{tg} x)y = \frac{1}{\cos x}$

4. $y' + \frac{x+1}{x}y = 3xe^{-x}$

5. $y' - \frac{2}{2x+1}y = \frac{4x}{2x+1}$

6. $y' + xy = x$

7. $y' - \frac{1}{x}y = x \sin x$

8. $y' - y = xe^x$

9. $y' + \frac{y}{\cos^2 x} = \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x}$

10. $y' - y = \sin x$

11. $y' = y + xe^x \sin 2x$

12. $y' + \frac{x+1}{x}y = 1$

13. $(x-1)y' = x^2 - y$

14. $y' + 2y = \cos x$

15. $y' - \frac{2y}{\sin 2x} = \sin x$

16. $xy' - y = x^2$

LINEÁRNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE S KONSTANTNÍMI KOEFICIENTY

Nalezněte všechna maximální řešení následujících rovnic.

17. $y'' + 4y' + 4y = 0$

18. $y'' - 3y' + 2y = 0$

19. $y'' - 6y' + 13y = 0$

20. $y'' + 3y' = 3xe^{-3x}$

21. $y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

22. $y'' + y = 4x \cos x$

23. $7y'' - y' = 14x$

24. $y'' - 2y' + 2y = \cos x$

25. $y''' - y'' - 2y' = e^{2x} + x^3 + 3x^2 + 1$

26. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2+x+1}$

VÝSLEDKY

- 1.** $y(x) = -\frac{1}{100}(x+1) \log|x+1| + a(x+1)$, $x \in (-\infty, -1)$ nebo $x \in (-1, \infty)$ **2.** $y(x) = x^4 + cx^2$,
 $x \in (-\infty, 0)$ nebo $x \in (0, \infty)$ **3.** $y(x) = \sin x + a \cos x$, $x \in (-\pi/2, \pi/2) + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$
4. $y(x) = x^2 e^{-x} + a e^{-x} \frac{1}{x}$, $x \in (-\infty, 0)$ nebo $x \in (0, \infty)$, $a \in \mathbf{R}$ **5.** $y(x) = 1 + 2x \log|2x+1| +$
 $\log|2x+1| + a(2x+1)$, $x \in (-\infty, -1/2)$ nebo $x \in (-1/2, \infty)$ **6.** $y(x) = 1 + a e^{-x^2/2}$, $x \in \mathbf{R}$
7. $y(x) = -x \cos(x) + ax$, $x \in (-\infty, 0)$ nebo $x \in (0, \infty)$ **8.** $y(x) = \frac{1}{2} x^2 e^x + a e^x$, $x \in \mathbf{R}$
9. $y(x) = e^{\operatorname{tg} x} + a e^{-\operatorname{tg} x}$, $x \in (-\pi/2, \pi/2) + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ **10.** $y(x) = -\frac{1}{2} \cos(x) - \frac{1}{2} \sin(x) + a e^x$,
 $x \in \mathbf{R}$ **11.** $y(x) = -e^x x \cos^2 x + \frac{1}{2} e^x \cos(x) \sin(x) + \frac{1}{2} x e^x + a e^x$, $x \in \mathbf{R}$ **12.** $y(x) =$
 $\frac{x-1}{x} + a \frac{1}{x} e^{-x}$, $x \in (-\infty, 0)$ nebo $x \in (0, \infty)$ **13.** $y(x) = \frac{1}{3} \frac{x^3}{x-1} + a \frac{1}{x-1}$, $x \in (-\infty, 1)$
nebo $x \in (1, \infty)$ **14.** $y(x) = \frac{2}{5} \cos x + \frac{1}{5} \sin x + a e^{-2x}$, $x \in \mathbf{R}$ **15.** $y(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x} + a \operatorname{tg} x$,
 $x \in (0, \pi/2) + k\pi/2$, $k \in \mathbf{Z}$ **16.** $y(x) = x^2 + ax$, $x \in \mathbf{R}$ **17.** $y(x) = a e^{-2x} + b x e^{-2x}$,
 $x \in \mathbf{R}$ **18.** $y(x) = a e^x + b e^{2x}$, $x \in \mathbf{R}$ **19.** $y(x) = a e^{3x} \sin 2x + b e^{3x} \cos 2x$, $x \in \mathbf{R}$
20. $y(x) = -\frac{1}{3} x e^{-3x} - \frac{1}{9} e^{-3x} - \frac{1}{2} x^2 e^{-3x} + a + b e^{-3x}$, $x \in \mathbf{R}$ **21.** $y(x) = -e^x \operatorname{arctg}(e^{-x}) +$
 $e^{-x} \operatorname{arctg}(e^x) + a e^x + b e^{-x}$, $x \in \mathbf{R}$ **22.** $y(x) = x^2 \sin x + x \cos x + a \sin x + b \cos x$, $x \in \mathbf{R}$
23. $y(x) = -7x^2 - 98x + a + b e^{x/7}$, $x \in \mathbf{R}$ **24.** $y(x) = -\frac{2}{5} \sin x + \frac{1}{5} \cos x + a e^x \sin x + b e^x \cos x$,
 $x \in \mathbf{R}$ **25.** $y(x) = \frac{1}{6} x e^{2x} - \frac{1}{8} x^4 - \frac{1}{4} x^3 - \frac{3}{8} x^2 - \frac{7}{8} x + a + b e^{2x} + c e^{-x}$, $x \in \mathbf{R}$ **26.** $y(x) =$
 $-\frac{1}{2} \log(x^2 + x + 1) e^x + \frac{1}{\sqrt{3}} e^x \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} x e^x \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + a e^x + b x e^x$, $x \in \mathbf{R}$