1 Středoškolská matematika

Příklad 1.1. *Pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:*

$$\frac{|x+1|}{|x-2|-3} \geq \frac{1}{x-1}.$$

Příklad 1.2. *Pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:*

$$\log(x^2-3x-4) \geq \log(-x^2+2x+15).$$

Příklad 1.3. *Pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:*

$$2-\cos(2x)-3\sin(x) < 0.$$

Příklad 1.4. *Pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:*

$$2^{4x+1}+3\cdot 2^{2x+1}-8=0.$$

Příklad 1.5. *Pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:*

$$\frac{x+2}{x^2+3x-4} \leq \frac{3}{x-2}.$$

Příklad 1.6. *Nakreslete graf následující funkce:*

$$y = |\log(||x|-2|)+1|.$$

2 Posloupnosti

Příklad 2.1. *Spočtěte následující limitu:*

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!+n^n-n\sin(n^{n!})}\,\frac{\sqrt[6]{8n^3-9n+1}-\sqrt[10]{32n^5-60n^3+10n^2-4}}{\sqrt[6]{n^3+n}-\sqrt[6]{n^3+1}}.$$

Příklad 2.2. *Spočtěte následující limitu:*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{\sum_{k=1}^{3n} k^k}}{\sum_{k=1}^{n^2}(n+\sqrt[3]{k})}.$$

Příklad 2.3. *Spočtěte následující limitu:*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(\log(n))^n-\sqrt{n!}}{2^{\sqrt{n}}-(n^2)^{\log(n)}}.$$

Příklad 2.4. *Pro jaká $m, k \in \mathbb{N}$ se následující limita rovná 0?*

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[m]{n^m + mn^{m-1} + 1} - \sqrt[k]{n^k + kn^{k-1} - 1}).$$

Příklad 2.5. *Nalezněte posloupnost reálných čísel (a_n) splňující:*

- $\forall n \in \mathbb{N}: \; a_n > 5$,
- *posloupnost (a_n) není monotóní,*
- $\lim_{n\to\infty} a_n = 5$.

Příklad 2.6. *Nechť (a_n) a (b_n) jsou reálné posloupnosti. Pro jaká $\alpha \in \mathbb{R}$ platí následující tvrzení:*

$$((\forall n \in \mathbb{N} : a_n > \alpha) \wedge (\lim_{n\to\infty} b_n \textit{ existuje})) \Rightarrow (\textit{posloupnost } \frac{b_n}{a_n} \textit{ je omezená}).$$

3 Funkce

Spočtěte následující limity:

(a) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[x]{x} - \sqrt[x]{x+1}}{\operatorname{arccotg}(x)\sin(1/x)}$,

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin(\operatorname{arctg}(x))} - e^x}{\sqrt[3]{cos(x) - e^x}} x^k, \; k \in \mathbb{Z}$,

(c) $\lim_{x\to\infty}(\cos(\log(x^2+x+1)) - \cos(\log(x^2-x+1)))x$,

(d) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}} \frac{\arcsin(\cos(x))}{\tan(2x)}$,

(e) $\lim_{x\to 0_+} \frac{x^2\log(\sin(x)) - \log(\sqrt{\cos(x)})}{\operatorname{arctg}(\cos(x+\frac{3\pi}{2}))}$,

(f) $\lim_{x\to\infty} \log\left(\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}}\right)x$,

(g) $\lim_{x\to 0_+} \frac{\sin(x^x - \cos(x))}{x^k}, \; k \in \mathbb{R}$,

(h) $\lim_{x\to 0} \frac{\arccos(1+\sin(x))}{\tan^k(x)}, \; k \in \mathbb{Z}$,

(i) $\lim_{x\to 0_+}(e^x\sin(x) - \tan(x))x^k, \; k \in \mathbb{R}$,

(j) $\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctg}(\frac{1}{x})\frac{\sqrt{1-\cos(x)}}{\sin(x)}$.