

11. cvičení - Průběh funkce a l'Hospital

22. 12. 2022

Příklad 1 (L'Hospital). Spočtěte následující limity pomocí L'Hospitala.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{22x^6 + 20x - 42}{x^{40} - 3x + 2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cotan(x) - 1}{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2} - \arccos x}{x}$$

$$(e) \star \lim_{x \rightarrow 1-} \log(x) \cdot \log(1-x)$$

$$(c) \star \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}$$

Příklad 2 (Průběh funkce).

$$(a) f(x) = \sin x + \cos^2 x$$

$$(d) f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^3+1}}$$

$$(b) f(x) = e^{\arctan \frac{1}{x^2-1}}$$

$$(e) \star f(x) = \arccos(\cos^2 x)$$

$$(c) \star f(x) = e^{-x^2+3x-7}$$

$$(f) f(x) = \arccos \frac{2 \log x}{1+\log^2 x}$$

Příklad 3 (Zkouškové příklady na procvičení, k dispozici pouze výsledky). U následujících funkcí spočtěte jejich derivace, případně jednostranné derivace, pokud existují.

$$(a) \star f(x) = \max\{x + 4 \arctan(\sin x), x\}$$

$$(h) f(x) = \begin{cases} x^2 \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \max\{\min\{\cos x, \frac{1}{2}\}, -\frac{1}{2}\}$$

$$(c) f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$$

$$(i) f(x) = x^{x^2} \text{ pro } x > 0$$

$$(d) f(x) = x^2 e^{-|x-1|}$$

$$(j) f(x) = \cos(\max\{x, x^2\})$$

$$(e) f(x) = \frac{\sin x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}$$

$$(k) f(x) = \max\{x, 1-x^2, (x-1)^2\}$$

$$(f) f(x) = \sqrt{1 - e^{-x^2}}$$

$$(l) \star f(x) = \begin{cases} \arctan(\tan^2 x), & x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2}, & x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$(g) f(x) = \arccos \frac{1}{1+x^2}$$