

8. cvičení - teorie/téma
1. 12. 2022

☺ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtěte limity.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

(b) ☺ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$

(f) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{9+x}-2}$

(i) ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x-1}}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

(k) ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$

(l) $\lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}} - \sqrt{\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}}$

(m) ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{3}}((x+1)^{\frac{2}{3}} - (x-1)^{\frac{2}{3}})$

(n) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2-2x-\frac{1}{x}}{3x^2+3}}$

Příklad 2. Spočtěte následující limity za použití známých limit a věty o limitě složené funkce:

(a) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{x^2}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$,

(c) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{1-\cos 4x^2}$,

(d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{2x}}$,

(e) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos x}$,

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \log\left(\frac{x}{\sin x}\right)$,

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin 3x}{\sin x}$,

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$,

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$,

(j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x + \sin x - 1}{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}$,

(k) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\log(1-x^2)}$,

(l) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \log\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$,

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(2+e^{3x})}{\log(3+e^{2x})}$,

(n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1+3^x)}{\log(1+2^x)}$,

(o) ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1+3^x)}{\log(1+2^x)}$,

(p) ☺ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$,

(q) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$,

(r) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$,

(s) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}}$,

(t) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [\tan\left(\frac{\pi}{8} + x\right)]^{\tan 2x}$,

(u) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\log x + 1}{\log x}\right)^{\log x}$,

(v) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$,

(w) ☺ $\lim_{x \rightarrow 0} (1+\tan x)^{\frac{1}{\sin x}}$,

(x) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+\tan x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$.

Příklad 3. Spočtěte limity.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin \frac{1-x}{1+x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{\operatorname{arccot} x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos(\sqrt{x^2 + x} - x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{\sqrt{e^2 - e^{2x}}}{\arccos x}$