

3. cvičení - teorie

20. 10. 2022

Definice 1. Číslo $G \in \mathbb{R}$ nazveme *supremum množiny* M (značíme $\sup M$), jestliže platí:

- $\forall x \in M : x \leq G$ (G je horní závora M),
- $\forall \overline{G} < G \ \exists x \in M : x > \overline{G}$ (G je nejmenší horní závora M).

Pokud existuje číslo patřící do množiny M , které splňuje první podmínku, nazveme ho *maximum množiny* M (značíme $\max M$). Druhá podmínka pak platí triviálně, tj. $\sup M = \max M$.

Definice 2. Číslo $g \in \mathbb{R}$ nazveme *infimum množiny* M (značíme $\inf M$), jestliže platí:

- $\forall x \in M : x \geq g$ (g je dolní závora M),
- $\forall \overline{g} > g \ \exists x \in M : x < \overline{g}$ (g je největší dolní závora M).

Pokud existuje číslo patřící do množiny M , které splňuje první podmínku, nazveme ho *minimum množiny* M (značíme $\min M$). Druhá podmínka pak platí triviálně, tj. $\inf M = \min M$.

Axiom 3 (infima). Buď $\emptyset \neq M \subset \mathbb{R}$ zdola, omezená množina. Pak má množina M právě jedno infimum.

Tvrzení 4 (o supremu). Nechť $M \subset \mathbb{R}$ je neprázdná shora omezená množina. Pak existuje právě jedno supremum množiny M .

Věta 5 (Archimédova vlastnost). Ke každému $x \in \mathbb{R}$ existuje $n \in \mathbb{N}$ splňující $x < n$.

Věta 6 (o hustotě $\mathbb{Q}$ a $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ v $\mathbb{R}$). Buďte $a, b \in \mathbb{R}, a < b$. Potom existuje $r \in \mathbb{Q}$ splňující $a < r < b$, a $s \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ splňující $a < s < b$.