

8. cvičení - teorie

1. 12. 2022

Definice 1. Funkce f je *spojitá v bodě* $c \in \mathbb{R}$, pokud $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$.

Fakt 2. Polynom je spojitá funkce.

Věta 3 (Limita složené funkce). Buď $c, D, A \in \mathbb{R}^*$, a jsou f a g funkce. Nechť platí, že $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = D$ a $\lim_{x \rightarrow D} f(x) = A$. Nechť platí alespoň jedna z podmínek:

(P) $\exists \eta > 0 \forall x \in P(c, \eta) : g(x) \neq D$,

(S) f je spojitá v D .

Pak platí $\lim_{x \rightarrow c} f(g(x)) = A$.

Fakt 4 (Známé limity). Platí, že:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \qquad \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$$

Další užitečné limity odvozené od známých limit:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} &= 1 & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} &= 1 & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} &= \frac{1}{2} \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x}{x-1} &= 1 & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} &= 1 \end{aligned}$$