# Analytická Geometrie III

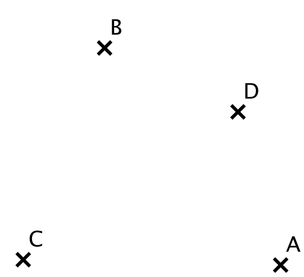
2. série domácích úkolů (Projektivní prostory, kvadriky)
termín odevzdání do 21.5.2023 a současně nejpozději týden před písemkou
(toto pravidlo neplatí pro „předstátnicový" termín)

Vyřešte 8 úloh, za podmínky, že z každé skupiny vyřešíte alespoň 2 úlohy. Řešení odevzdávejte do moodle jako jeden soubor ve formátu .pdf; buďto čitelně napsané + kvalitně naskenované, nebo vypracováno v nějakém textovém (např. LaTeX, nebo MS Word) a grafickém editoru (např. GeoGebra). Řešit můžete společně, v tom případě se podepište na jeden papír a neodevzdávejte úlohy osobitně.

Pozn. Najdete-li chybu, neváhejte mi napsat, může to ušetřit tápání Vašich kolegů.
Pozn. 2: Sloučení skenů do .pdf je součastí běžně dostupného softwaru, obyčejně postačuje kvalita 200-300dpi. Další možnost je použít verzi Adobe Acrobat Pro, ve které je možné vytvořit sloučené .pdf z různých vstupních souborů (obrázky, dokumenty). V MacOS je možné jednoduše použít ke stejnému účelu zabudovaný program Preview.

## Projektivní prostory

1. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (1,0,0), B = (0,1,0), C = (0,0,1), D = (1,1,1)$ (viz obrázek).
   (a) Určete souřadnice bodů $X = \overline{AB} \cap \overline{CD},\ Y = \overline{AC} \cap \overline{BD},\ Z = \overline{AD} \cap \overline{BC}$.
   (b) Dokažte, že přímka $\overline{XY}$ protíná čtyřúhelník $ABCD$ v harmonicky sdružených bodech vzhledem k páru $X, Y$.




2. V prostoru je dána krychle $ABCDEFGH$ a její stín $A'B'C'D'E'F'G'H'$ v rovině $\rho$ při středovém osvětlení z bodu $S$ (viz obrázek + soubor `http://www.karlin.mff.cuni.cz/~zamboj/documents/geometrie/du_2_pr3.ggb`). Souřadnice bodů krychle v $\mathbb{RP}^3$ jsou:

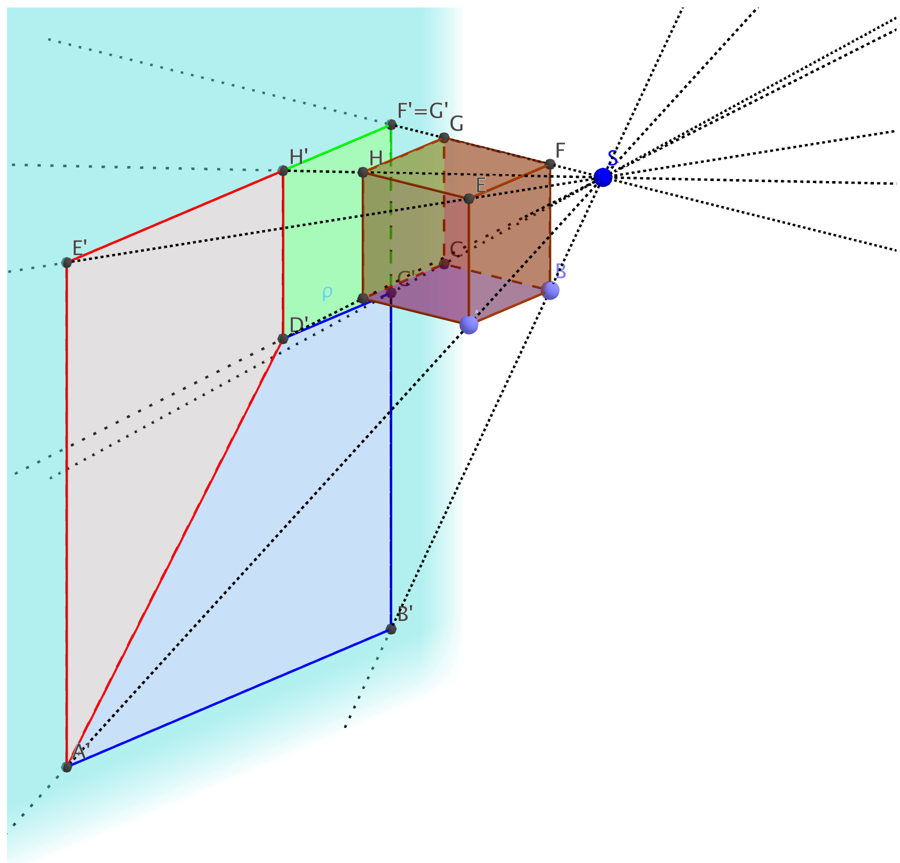
| | | | |
|---|---|---|---|
| $A = (6,0,0,1)$ | $C = (2,4,0,1)$ | $E = (6,0,4,1)$ | $G = (2,4,4,1)$ |
| $B = (6,4,0,1)$ | $D = (2,0,0,1)$ | $F = (6,4,4,1)$ | $H = (2,0,4,1)$ |

   Souřadnice bodů stínu v $\mathbb{RP}^2$ jsou:

$A = (-12, -12, 1)$ $\quad$ $C = (4, -4/3, 1)$ $\quad$ $E = (-12, 4, 1)$ $\quad$ $G = (4, 4, 1)$

$B = (4, -12, 1)$ $\quad$ $D = (-4/3, -4/3, 1)$ $\quad$ $F = (4, 4, 1)$ $\quad$ $H = (-4/3, 4, 1)$

Určete matici kolineárního zobrazení mezi body krychle a body jejího stínu.




3. Kolineace $f$ v $\mathbb{P}^2$ je dána páry odpovídajících si bodů:

$A = (0, 2, 1) \to A' = (-1, 2, 1)$ $\quad$ $C = (1, 0, 1) \to C' = (6, 0, 1)$

$B = (0, 1, 0) \to B' = (-2, 3, 1)$ $\quad$ $D = (1, 0, 0) \to D' = (3, 2, 0)$

   (a) Určete matici kolineace $f$.
   (b) Najděte obraz bodu $(1, 1, 1)$.
   (c) Najděte vzor bodu $(-5, 1, 1)$

4. Dokažte: Nechť jsou dány přímky $p, p'$ a bod $O$, který neleží na žádné z nich. Promítneme-li čtyři různé body $A, B, C, D$ přímky $p$ z bodu $O$ na přímku $p'$ do bodů $A', B', C', D'$, potom platí $(AB; CD) = (A'B'; C'D')$.

5. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (0, 0, 1), B = (4, 0, 1), C = (2, 2, 1), D = (0, 2, 1)$.
   (a) Určete souřadnice přímek $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{AD}$, průsečík $P$ přímek $\overleftrightarrow{AB}$ a $\overleftrightarrow{CD}$ a průsečík $Q$ přímek $\overleftrightarrow{BC}$ a $\overleftrightarrow{AD}$.
   (b) Najděte bod $U$ na přímce $\overleftrightarrow{CD}$ tak, aby body $D, C, P, U$ tvořili harmonickou čtveřici.
   (c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$(0, 0, 1) \to (0, 1, 1)$$
$$(4, 0, 1) \to (3, 1, 1)$$
$$(2, 2, 1) \to (1, 3, 1)$$
$$(0, 2, 1) \to (0, 3, 1)$$

(d) Najděte obraz přímky $\overleftrightarrow{AD}$ v dané kolineaci.

6. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (0, -1, 1), B = (2, 0, 1), C = (0, 1, 1), U = (1, 0, 0)$.

   (a) Určete souřadnice přímek $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{AC}$ a průsečík $P$ přímek $\overleftrightarrow{BU}$ a $\overleftrightarrow{AC}$.

   (b) Najděte bod $T$ na přímce $\overleftrightarrow{BU}$ tak, aby dvojpoměr $(BP; UT) = -\frac{1}{2}$.

   (c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$\begin{gathered}(0,-1,1) \to (0,-2,1)\\ (2,0,1) \to (8,0,1)\\ (-3,0,1) \to (-2,0,1)\\ \text{bod } C \text{ je samodružný.}\end{gathered}$$

   (d) Najděte obraz nevlastní přímky v dané kolineaci.

7. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (0, 2, 1), B = (0, -4, 1), C = (2, -1, 1), D = (2, 2, 1)$.

   a) Určete souřadnice průsečíků $P$ a $Q$ přímek $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}$ a $\overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{AD}$.

   b) Spojnice $\overleftrightarrow{PQ}$ protne $\overleftrightarrow{AB}$ v bodě $X$ a bod $Y$ je nevlastním bodem přímky $\overleftrightarrow{AB}$. Určete dvojpoměr $(AB; XY)$.

   c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$\begin{gathered}(0,2,1) \to (-2,2,1)\\ (0,-4,1) \to (-2,14,1)\\ (2,-1,1) \to (-6,8,1)\\ (2,2,1) \to (-6,2,1)\end{gathered}$$

   d) Najděte obraz přímky $XY$ z b) v dané kolineaci.

8. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (0, 0, 1), B = (1, 0, 1), C = (1, 1, 1), D = (0, 1, 1)$.

   a) Určete souřadnice přímek $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}$ a určete průsečíky $E$ přímek $\overleftrightarrow{AB}$ a $\overleftrightarrow{CD}$ a $F$ přímek $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}$ .

   b) Na přímce $\overleftrightarrow{AB}$ určete bod $P$ takový, že dvojpoměr $(AB; PE) = -3$ a na přímce $\overleftrightarrow{CD}$ bod $Q$, že $(CD, QE) = -\frac{1}{3}$. Ověřte, zda jsou P,Q,F kolineární.

   c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$\begin{gathered}A(0,0,1) \to A'(1,1,3)\\ B(1,0,1) \to B'(0,0,1)\\ C(1,1,1) \to C'(1,0,1)\\ D(0,1,1) \text{ je samodružný}\end{gathered}$$

9. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (-1, 0, 2), B = (0, -1, 1), C = (1, 0, 2), D = (0, 1, 1)$.

   a) Určete průsečíky $P = \overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD}, Q = \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD}$ a $R = \overleftrightarrow{BC} \cap \overleftrightarrow{AD}$ a ověřte, zda leží v jedné přímce.

   b) Bodem $P$ veďte libovolnou přímku $p$, která protne čtyřúhelník $ABCD$ v bodech $X, Y \neq A, B, C, D$. Určete souřadnice bodu $Z$, pro který platí, že dvojpoměr $(XY; ZP) = -1$.

   c) Určete matici kolineace, která zobrazuje body

$$\begin{gathered}A(-1,0,2) \to A'(0,3,2)\\ B(0,-1,1) \to B'(0,-3,2)\\ C(1,0,2) \to C'(-3,0,2)\\ D(0,1,1) \to D'(3,0,2)\end{gathered}$$

   d) Ověřte, zda je nevlastní přímka v dané kolineaci samodružná přímka.

10. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (-3, 1, 1), B = (0, 1, 1), C = (0, 3, 1), D = (-1, 3, 1)$.

a) Určete průsečíky $P = \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD}, Q = \overleftrightarrow{BC} \cap \overleftrightarrow{DA}$ a $R = \overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD}$. 2b

b) Průsečíky přímky $\overleftrightarrow{PR}$ s $\overleftrightarrow{AQ}$ a $\overleftrightarrow{BQ}$ označme $X, Y$. Určete dvojpoměr $(PR; XY)$.

c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$A(-3,1,1) \to A'(3,1,1)$$
$$B(0,1,1) \to B'(6,-1,2)$$
$$C(0,3,1) \to C'(4,-1,2)$$
$$D(-1,3,1) \to D'(2,0,1)$$

d) V dané kolineaci najděte obrazy stran trojúhelníku $PQR$.

11. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (-1,-1,1), B = (0,0,1), C = (1,-1,1), D = (0,1,1)$.

a) Určete souřadnice přímek $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ a průsečíky $P = \overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD}$ a $Q = \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD}$.

b) Nechť $U$ je nevlastní bod přímky $\overleftrightarrow{AD}$. Určete bod $R$ na $\overleftrightarrow{AD}$, pro který platí $(AD; RU) = 2$. Ověřte zda jsou body $P, Q, R$ kolineární.

c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body

$$A \to C$$
$$B \to D$$
$$C \to B$$
$$D \to A$$

d) V dané kolineaci najděte obraz nevlastní přímky.

12. V $\mathbb{RP}^2$ jsou dány body $A = (2,0,1), B = (-1,0,1), C = (-5,2,1), D = (-2,-2,1)$.

a) Určete souřadnice přímek $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{CD}$, průsečík $P$ přímek $\overleftrightarrow{AC}$ a $\overleftrightarrow{BD}$ a průsečík $Q$ přímek $\overleftrightarrow{AB}$ a $\overleftrightarrow{CD}$. 2b

b) Najděte bod $U$ na přímce $\overleftrightarrow{AB}$ tak, aby byl $U$ harmonicky sdružen s $B$ vzhledem k páru $A, Q$. 2b

c) Určete všechny samodružné body a matici kolineace, která zobrazuje body 5b

$$(-1,0,1) \to (2,3,1)$$
$$(-5,2,1) \to (0,7,1)$$
$$(-2,-2,1) \to (4,4,1)$$

a bod $A(2,0,1)$ je samodružný.

d) Existuje-li, určete samodružný bod přímky $BD$ v dané kolineaci. 1b

## Kvadriky

(*) U příkladů na klasifikaci kuželosečky určete

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ KS, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní a vedlejší směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly

13. Řešte nasledující úlohu v homogenních souřadnicích v $\mathbb{RP}^2$.
Jsou dány množiny bodů $\mathbf{A} : A[-a, a^2]$ a $\mathbf{B} : B[b, b^2]$ v $\mathbb{R}$ pro $1 < a, b \in \mathbb{Z}$.

a) Najděte množinu $\mathbf{P}$ průsečíků $P$ spojnic $\overline{AB}$ s osou $y$.

b) Zamyslete (!) se nad $y$-ovými souřadnicemi bodů $P$ a napište jakou číselnou množinu popisují.

14. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 7x^2 - 24xy - 38x + 24y + 175 = 0$ a bod $P = [1, 0]$

(a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

(b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

(c) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ a tečen $t_1, t_2$ z bodu $P$ ke kuželosečce $c$.

(d) Najděte sdružené průměry kuželosečky, je-li jeden z nich rovnoběžný s přímkou $m : y = 0$.

15. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x + 30y = 0$ a bod $P = [4, -3]$

(a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

(b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy

(c) Jeden průvodič kuželosečky má rovnici $p_1 : -8x_1 + 6x_2 + 5x_0 = 0$. Určete druhý průvodič, ohniska, resp. řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS).

(d) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ a tečen $t_1, t_2$ z bodu $P$ ke kuželosečce $c$.

16. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 3x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x - 2y - 17 = 0$, bod $P = [1, 2]$ a přímka $q : x - 5 = 0$.

(a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

(b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

(c) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ a pólu $Q$ přímky $q$ vzhledem ke kuželosečce $c$.

(d) Napište v homogenních souřadnicích rovnici kuželosečky, kterou tvoří osy kuželosečky $c$.

17. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka: $c : 4x^2 + 3y^2 - 16 = 0$ a bod $P = [4, 0]$.

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

b) Klasifikujte typ kuželosečky (*).

c) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ a tečen $t_1, t_2$ z bodu $P$ ke kuželosečce $c$.

d) Zvolte libovolnou sečnu $s$ kuželosečky $c$ a označte $X, Y = c \cap s$ a $Q = p \cap s$. Zjistěte hodnotu dvojpoměru $(X, Y; P, Q)$.

18. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka: $c : 2x^2 - 4xy + 2y^2 + 2x + 2y + 10 = 0$ a směr $\overrightarrow{s} = (-1, 1)$.

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

b) Klasifikujte typ kuželosečky (*).

c) Napište rovnice tečen $t_1, t_2$ ve směru $\overrightarrow{s}$ ke kuželosečce $c$.

19. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : xy + 2x + 3y = 0$ a bod $P = [-3, -2]$

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

b) Klasifikujte typ kuželosečky (*).

c) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ a tečen $t_1, t_2$ z bodu $P$ ke kuželosečce $c$.

d) Pro libovolný bod $X = [x_0, y_0]$ kuželosečky vyjádřete (v $\mathbb{R}^2$) obsah obdélníku se stranami $\overline{UX}, \overline{VX}$, kde $U, V$ jsou paty kolmic vedených z bodu $X$ na asymptoty.

20. V $\mathbb{RP}^2$ je dána kuželosečka $c : x^2 - 6xy + 9y^2 + 58x + 26y + 41 = 0$ a bod $P = [0, 0]$

    a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

    b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

       – projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná

       – afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty

       – metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

    c) Určete všechny tečny kužeosečky rovnoběžné s osou $y$.

    d) Určete tětivu kuželosečky vedenou jedním ohniskem rovnoběžně s osou $y$. Ukažte, že spojnice dotykových bodů tečen v c) s kuželosečkou a středu tětivy jsou rovnoběžné s nějakou osou kuželosečky.

21. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 2x^2 - 8xy + 8y^2 + 12x - 24y + 18 = 0$ a bod $P = [1, 1]$.

    a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

    b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

       – projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná

       – afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty

       – metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

    c) Napište rovnice poláry $p$ bodu $P$ ke kuželosečce $c$.

    d) V homogenních souřadnicích napište vyjádření všech regulárních kuželoseček, které mají asymptotické směry stejné jako jsou hlavní směry $c$. Určete jejich afinní typ.

22. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 44x^2 - 64xy - 4y^2 + 112x - 136y - 31 = 0$ a body $P = [0, 3], Q[-4, -5]$

    a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

    b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

       – projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná

       – afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty

       – metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

    c) Určete průsečík polár bodů $P$ a $Q$ vzhledem ke kuželosečce $c$.

    d) Body $P$ a $Q$ veďte sečny $p$ a $q$ kuželosečky rovnoběžné s osou $x$. Označme $P'$ a $Q'$ průsečíky $p, q$ s $c$ s menšími vzdálenostmi od bodů $P, Q$ v daném pořadí. Určete jaký čtyřúhelník tvoří body $P, P', Q', Q$.

23. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 2x^2 - 8xy + 8y^2 - 64x - 32y - 128 = 0$.

    a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

    b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

       – projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná

       – afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty

       – metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

    c) Určete souřadnice průsečíku tečen a dotykových bodů tečen ke kuželosečce $c$, které jsou rovnoběžné s osou $x$ a osou 1. a 3. kvadrantu (v kartézské soustavě souřadnic).

    d) Uveďte rovnici kružnice, na které leží průsečík a dotykové body z c).

24. V $\mathbb{R}^2$ je dána kuželosečka $c : 25x^2 + 10xy + 49y^2 - 240y = 0$.

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic.

b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete:

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

c) Napište rovnice tečen $t_1, t_2$ rovnoběžných s osou $x$ a určete souřadnice jejich dotykových bodů $T_1, T_2$.

d) Napište rovnice sdružených průměrů, z nichž jeden je rovnoběžný s osou $x$.

25. V $\mathbb{E}^2$ je dána kuželosečka $c : x^2 + 4xy + 4y^2 - 10x - 20y + 16 = 0$.

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic v $\mathbb{RP}^2$ . 1b

b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete: 6b

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

c) Určete vrcholy $X_1, X_2$ (na $x$) a $Y_1, Y_2$ (na $y$) čtyřúhelníku určeného průsečíky kuželosečky $c$ s osami $x, y$ a napište rovnici poláry průsečíku $P$ uhlopříček tohoto čtyřúhelníku vzhledem k $c$. 1,5b

d) Určete poměr obsahů trojúhleníků $X_1X_2P$ a $Y_1Y_2P$. 1,5b

V $\mathbb{RP}^2$ je dána kuželosečka $c : 4x^2 + 4y^2 - 4x + 12y + 9 = 0$ a bod $P = [0, -3]$

a) Převeďte rovnici $c$ do homogenních souřadnic. 1b

b) Klasifikujte kuželosečku $c$, t.j. určete: 6b

- projektivní vlastnosti - singulární/ regulární + singulární body, reálná/ formálně reálná
- afinní vlastnosti - typ kuželosečky, středová/ nestředová + střed, asymptotické směry + asymptoty
- metrické vlastnosti - hlavní směry, osy, vrcholy, ohniska, řídící přímku paraboly (v závislosti na typu KS)

c) Určete všechny tečny kuželosečky procházející bodem $P$. 2b

d) Určete obsah čtyřúhelníku, který tvoří dotykové body $T_1, T_2$ tečen k $c$ z bodu $P$, bod $P$ a střed kuželosečky $c$. 1b