

Metody dokazování - 2. sada důkaz přímý

1. ♥ přímým důkazem na základě rozboru, že platí

$$(a) \frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2,$$

$$(b) \frac{1}{\log_2 3} + \frac{1}{\log_4 3} < 2,$$

$$(c) \sqrt{\sqrt{8} + \sqrt{6}} < 2 + \sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{6}}.$$

3. Je pravda, že $1=0$?

$$\begin{aligned} \text{Nechť } x &= 1 \\ x^2 &= x \\ x^2 - 1 &= x - 1 \\ (x-1)(x+1) &= (x-1) \\ x+1 &= 1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

2. ♥ přímo:

$$(a) \forall x, y \in \mathbb{R}^+ : \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy},$$

$$(b) \forall x, y \in \mathbb{R}^+ : x^2y + xy^2 \leq x^3 + y^3.$$

$$(c) \forall n \in \mathbb{N} : 5 \mid n \Rightarrow 30 \mid (n^3 - n),$$

$$(d) \forall n \in \mathbb{N} : -2 \mid n \Rightarrow 16 \mid (n^4 - 1).$$

$$(e) \forall n \in \mathbb{N} : 6 \mid (n^3 - n).$$

$$(f) \forall n \in \mathbb{N} : 12 \mid (n^5 - n^3).$$

$$(g) \forall n \in \mathbb{N} : 4 \mid (n^4 + 3n^2).$$

$$(h) \forall n \in \mathbb{N} : 3 \mid (n^3 + 2n).$$

4. Je pravda, že $4=5$?

$$\begin{aligned} 16 - 36 &= 25 - 45 \\ 16 - 36 + \frac{81}{4} &= 25 - 45 + \frac{81}{4} \\ 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 &= 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \\ \left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 &= \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2 \\ 4 - \frac{9}{2} &= 5 - \frac{9}{2} \\ 4 &= 5 \end{aligned}$$