

Funkcionální analýza 1, LS 2010-11

Definice

K = klíčový pojem; neznalost některého z klíčových pojmů bude mít za následek ukončení zkoušky se známkou „neprospěl(a)“.

- spektrální poloměr
- K normální operátor
- K samoadjungovaný operátor
 - unitární operátor
- K ortogonální projekce
 - numerický range
 - Pettisův integrál
 - ohraničující cyklus
- K spektrální míra
- K testovací funkce
 - konvoluce
 - konvergence v \mathcal{D}
- K distribuce
 - řád distribuce
 - derivace distribuce
 - násobení distribuce funkcí
 - konvergence distribucí
- K Fourierova transformace
- K Schwartzův prostor
 - konvergence v \mathcal{S}
- K temperovaná distribuce
- K Fourierova transformace temperované distribuce

Věty

T = důkaz věty je za 10 bodů

B = důkaz věty nebude požadován

- T Beurlingova věta (Věta 1.1)
 - vlastnosti adjungovaného operátoru (Lemma 2.1)
 - rovnost operátorů a skalární součin (Důsledek 2.3)
 - charakterizace normálních operátorů (Věta 2.4)
- T vlastnosti normálních operátorů (Věta 2.5)
 - charakterizace samoadjungovaných operátorů (Věta 2.6)
 - vlastnost range samoadjungovaného operátoru (Věta 2.7)
 - rozklad na samoadjungované operátory (Věta 2.8)
- T Hilbert-Toeplitzova věta (Věta 2.9)

- T spektrum samoadjungovaného operátoru (Věta 2.10)
 - charakterizace unitárních operátorů (Věta 2.11)
 - charakterizace ortogonálních projekcí (Věta 2.12)
- T Hilbert-Schmidtova věta (Věta 2.13)
- T existence Pettisova integrálu (Věta 3.2)
 - vlastnosti Pettisova integrálu (Věta 3.3)
 - vlastnosti rezolventy (Lemma 4.1)
 - existence analytického kalkulu (Věta 4.2)
- T vlastnosti analytického kalkulu (Věta 4.3)
 - analytický kalkulus a adjungované operátory (Věta 4.4)
 - logaritmus a odmocnina operátoru (Věta 4.5)
 - norma polynomu (Lemma 5.1)
- T spojitý kalkulus (Věta 5.2)
 - lemma o seskvilineární formě (Lemma 6.1)
- B popis množiny omezených borelovských funkcí (Lemma 6.2)
- T borelovský kalkulus (Věta 6.3)
- T konstrukce spektrální míry (Věta 7.1)
- T integrace podle spektrální míry (Věta 7.2)
 - spektrální rozklad normálního operátoru (Věta 7.3)
- T spektrum normálního operátoru (Věta 7.4)
 - korektnost definice konvoluce (Lemma 8.1)
 - vlastnosti konvoluce (Věta 8.2)
 - metrika na $\mathcal{D}_K(\Omega)$ (Lemma 8.3)
 - charakterizace distribucí (Lemma 8.4)
 - derivace distribuce a násobení distribuce funkcí (Lemma 8.5)
 - derivace a derivace distribuce (Věta 8.6)
- T Banach-Steinhausova věta pro distribuce (Věta 8.8)
- T Fourierova transformace a derivace (Věta 9.1)
 - vlastnosti operátoru Fourierovy transformace (Věta 9.2)
 - Fourierova transformace a konvoluce (Věta 9.3)
- T vlastní funkce Fourierovy transformace (Věta 9.4)
- T věta o inverzi (Věta 9.5)
 - Plancherelova věta (Věta 9.6)
 - vztah \mathcal{D} a \mathcal{S} (Věta 10.1)
 - vlastnosti Fourierovy transformace temperovaných distribucí (Věta 10.2)
- B derivace a Fourierova transformace temperovaných distribucí (Věta 10.3)