

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2b (vzor)

LS 2009-10

1. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{1 + y^4}{y \cos^2 x}$$

splňující počáteční podmínku $y(0) = 1$.

2. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y^{(4)} - 3y'' + 2y = x^3 + \sin x.$$

3. Nalezněte maximální řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$y_1' = 2y_1 - 2y_2 + y_3 + e^t$$

$$y_2' = -y_1 + 2y_2 - y_3$$

$$y_3' = -2y_1 + 3y_2 - y_3$$

splňující počáteční podmínku $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = 0$.

4. Funkce f je definována na intervalu $[-\pi, \pi)$ předpisem

$$f(x) = \begin{cases} x + \sin^3 x, & x \in [-\pi, 0], \\ \pi - x + \sin^3 x, & x \in (0, \pi), \end{cases}$$

a je dodefinována 2π -periodicky na celém \mathbb{R} . Spočítejte Fourierovu řadu funkce f a určete součet této řady pro každé $x \in \mathbb{R}$.