

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2b (1)

LS 2009-10, 19. 5. 2010

1. Nalezněte všechna nezáporná 4π -periodická řešení rovnice

$$y' = \sin x \cdot \sqrt[7]{y^4}. \quad (15 \text{ bodů})$$

2. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = x \sin x. \quad (15 \text{ bodů})$$

3. Nalezněte maximální řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} u' &= u + w \\ v' &= -u + 2v + w \\ w' &= -u + 3w \end{aligned}$$

splňující počáteční podmínku $u(0) = 1, v(0) = 1, w(0) = 0$. (15 bodů)

4. Funkce f je definována na intervalu $[-\pi, \pi)$ předpisem

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos^2 x, & x \in [-\pi, 0); \\ x^2 + \sin x + \cos^2 x, & x \in [0, \pi) \end{cases}$$

a je dodefinována 2π -periodicky na celém \mathbb{R} . Spočítejte Fourierovu řadu funkce f a určete součet této řady pro každé $x \in \mathbb{R}$. (15 bodů)