

# Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2b (4)

LS 2009-10, 22. 6. 2010

---

1. Uvažujte následující diferenciální rovnici.

$$y' = \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - y^2} \cos x$$

- (i) Nalezněte všechna řešení rovnice definovaná na intervalu  $(0, 2\pi)$ .
- (ii) Nalezněte řešení definované na intervalu  $(0, 4\pi)$  splňující podmínky  $y(3\pi/2) = y(7\pi/2) = -1$  a  $y(5\pi/2) = 1$ .

(15 bodů)

2. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 5y' + 6y = \sin(e^{-x}). \quad (15 \text{ bodů})$$

3. Uvažujte soustavu diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 + 2y_2 + \sin t \\ y_2' &= -y_1 - y_2. \end{aligned}$$

Nalezněte maximální řešení uvedené soustavy, která vyhovují počáteční podmínce  $\mathbf{y}(0) = (1, -1)^T$ . (15 bodů)

4. Nalezněte koeficienty  $b_n \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , takové, aby platilo

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx = \left| x - \frac{\pi}{2} \right|$$

pro každé  $x \in (0, \pi)$ . Svá tvrzení zdůvodněte. (15 bodů)