

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2019-20

Písemka číslo 2, 25. 6. 2020

Teoretická část

1. Napište definici Newtonova integrálu. (10 bodů)
2. Napište větu o Riemannově integrálu a absolutní hodnotě (Věta 9.12) a dokažte ji. (10 + 15 bodů)
3. Napište Leibnizovo kritérium (Věta 7.9) a dokažte ho. (10 + 15 bodů)

Počtní část

1. Napište Taylorův polynom $T_5^{f,0}$, kde

$$f(x) = \sin(2 \sin(x)) - 2 \sin(x)$$

a spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}.$$

(20 bodů)

2. Určete, zda následující řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n + 1)}{n^3}$$

(20 bodů)

3. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 2y' + 2y = x + xe^{2x}.$$

(20 bodů)

Výsledky úloh

1. $T_5^{f,0}(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{14}{15}x^5; \quad -\frac{4}{3}$

2. Řada konverguje.

3. $y(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + \alpha_1e^x \sin x + \alpha_2e^x \cos x, \quad x \in \mathbb{R}, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}.$