

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2019-20

Písemka číslo 3, 2. 7. 2020

Teoretická část

1. Napište definici Cauchyova součinu. (10 bodů)
2. Napište druhou větu o substituci (Věta 8.7) a dokažte ji. (10 + 15 bodů)
3. Napište první větu o střední hodnotě (Věta 9.31) a dokažte ji. (10 + 15 bodů)

Počtní část

1. Napište Taylorův polynom $T_5^{f,0}$, kde

$$f(x) = \log(\cos(x)) - \sqrt{1 + 2x}$$

a spočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1 + x}{(\sin x)^3}.$$

(20 bodů)

2. Určete, zda následující integrál konverguje.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x + x^2} dx$$

(20 bodů)

3. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' + 2y = \sin(2x).$$

(20 bodů)

Výsledky úloh

1. $T_5^{f,0}(x) = -1 - x - \frac{1}{2}x^3 + \frac{13}{24}x^4 - \frac{7}{8}x^5; \quad -\frac{1}{2}$

2. Integrál konverguje.

3. $y(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + \alpha_1 \cos(\sqrt{2}x) + \alpha_2 \sin(\sqrt{2}x), \quad x \in \mathbb{R}, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}.$