Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2019-20

Písemka číslo 4, 16. 7. 2020

Teoretická část

1. Napište definici *délky křivky*.

(10 bodů)

2. Napište větu o *Darbouxově vlastnosti derivace* (Věta 8.5) a dokažte ji.

(10 + 15 bodů)

3. Napište větu o *zbytku Taylorova polynomu v integrálním tvaru* (Věta 9.37) a dokažte ji.

(10 + 15 bodů)

Početní část

1. Napište Taylorův polynom $T_5^{f,0}$, kde

$$f(x) = e^{\sin^2 x} - \cos x$$

a spočtěte limitu

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 3\sin(\frac{1}{2}x^2)}{x^4}.$$

(20 bodů)

2. Určete, zda následující řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2} - \sqrt{n^3-1}}{\sqrt{\sqrt{n}+2} - \sqrt{\sqrt{n}-1}}$$

(20 bodů)

3. Nalezněte maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = xy(y+1)$$

splňující podmínku $y(0) = \frac{1}{2}$. (20 bodů)

Výsledky úloh

1. $T_5^{f,0}(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{8}x^4; \qquad \frac{1}{8}$

2. Řada konverguje.

3. $y(x) = \frac{1}{3e^{-\frac{1}{2}x^2}-1},\ x \in (-\sqrt{\log 9}, \sqrt{\log 9})$.