

Dobrovolný domácí úkol - Implicitní funkce

Příklad. Uvažujme parametr $\alpha \in \{1, 2\}$ a rovnici

$$\arctan(x^2y + x) = \alpha \log(x + y).$$

- (a) Určete a nakreslete množinu bodů $[x, y] \in \mathbb{R}^2$, kde má smysl zkoumat zadanou rovnost.
- (b) Ukažte, že tato rovnice jednoznačně určuje funkci $y = \varphi(x)$ na nějakém okolí bodu $[0, 1]$.
- (c) Spočtěte $\varphi(0)$, $\varphi'(0)$ a napište rovnici tečny v bodě 0.
- (d) Lze, v tuto chvíli, něco říci o monotonii funkce φ na nějakém okolí bodu 0?
- (e) Pro $\alpha = 1$ spočtěte $\varphi''(0)$. Lze něco říci o konvexitě funkce φ na nějakém okolí bodu 0?
- (f) Má funkce φ v bodě 0 lokální extrém? Pokud ano, jaký?
- (g) Uvažujme $\alpha = 2$. Ukažte, že, tato rovnice jednoznačně určuje funkci $x = \psi(y)$ na nějakém okolí bodu $[0, 1]$. Nalezněte rovnici tečny k funkci ψ v bodě 1.