Domácí úlohy ze samoopravných kódů

Domácích úkolů bude zadáno celkem 9 za 55 bodů a k získání zápočtu bude z nich třeba získat aspoň 25 bodů.

1. (20.2.) Nechť je $\mathcal{C} \subseteq F^n$ lineární $[n, k]$-kód. Dokažte tvrzení:

(1) Je-li $\mathbf{C}$ generující matice kódu $\mathcal{C}$ pak je matice $\mathbf{H}$ typu $(n-k) \times n$ prověrkovou maticí kódu $\mathcal{C}$, právě když řádky $\mathbf{H}$ obsahují bázi řešení homogenní soustavy lineárních rovnic $\mathbf{C}\mathbf{x}^T = \mathbf{o}^T$.

(1) Je-li $\mathbf{H}$ prověrková matice kódu $\mathcal{C}$ pak je matice $\mathbf{C}$ typu $k \times n$ generující maticí kódu $\mathcal{C}$, právě když řádky $\mathbf{C}$ obsahují bázi řešení homogenní soustavy lineárních rovnic $\mathbf{H}\mathbf{x}^T = \mathbf{o}^T$.

5 bodů

2. (27.2.) Pro každé $l \in \mathbb{N}$ určete kolik existuje různých (ale permutačně ekvivalentních) binárních Hammingových $[2^l - 1, 2^l - l - 1, 3]_2$-kódů.

6 bodů

3. (13.3.) Jestliže pro přirozené n platí $n \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 6)$ nebo $n \equiv 3 (\mathrm{mod}\ 6)$, dokažte, že existuje 2-$(n, 3, 1)$-design.

6 bodů

4. (13.3.) Dokažte pro každý 2-$(n, 3, 1)$-design, že $n \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 6)$ nebo $n \equiv 3 (\mathrm{mod}\ 6)$.

5 bodů

5. (20.3.) Jestliže je X množina a $\mathcal{B} \subseteq P(X)$, dokažte, že $\mathcal{B}$ je 2-$(11, 5, 2)$-design, právě když je $\{X \setminus B|\ B \in \mathcal{B}\}$ 2-$(11, 6, 3)$-design.

6 bodů

6. (27.3.) Dokažte, že je kód s parametry $[23, 12, 7]_2$ perfektní.

2 body

7. (27.3.) Spočítejte pro $i \geq 10$ koeficienty f_i váhového polynomu $\sum_{i=0}^{23} f_i x^i$ kódu s parametry $[23, 12, 7]_2$.

za každé f_i 1 bod, nejvýše 9 bodů

8. (24.4.) Dokažte, že je minimální vzdálenost q.r.-kódu lichá.

8 bodů

9. (21.5.) Dokažte, že Hadamardův kód $C(\mathbf{S}_m)$ pro Sylvestrovu matici $\mathbf{S}_m$ stupně 2^m je permutačně ekvivalentní Reed-Mullerovu kódu $\mathcal{R}(m, 1)$.

8 bodů