

# Domácí úlohy ze samoopravných kódů

2020/21

*Pro získání zápočtu je nutné vyřešit 5 ze 7 následujících úloh. Až 3 úlohy mohou být nahrazeny aktivitou na cvičení.*

1. Popište všechny (i nelineární) binární 1-perfektní MDS kódy.
2. Nalezněte generující matici binárního lineárního kódu, který kóduje zprávu  $(0, 0, 1)$  na  $(0, 0, 0, 0, 1)$ , zprávu  $(0, 1, 0)$  na  $(1, 1, 1, 1, 1)$  a zprávu  $(0, 1, 1)$  na  $(1, 0, 1, 0, 0)$ , nebo dokažte, že takový kód neexistuje.
3. Najděte generující a kontrolní matici nějakého  $[8, 4, 4]_2$ -kódu. Dále najděte nějaký nelineární binární kód délky 8, nosnosti  $\frac{1}{2}$  a vzdálenosti 4 a dokažte, že kód, který z každého (lineárního i nelineárního) kódu s takovými parametry dostanete odstraněním jedné souřadnice (tj. propíchnutím) je perfektní. (Návod: využijte Hammingův  $[7, 4, 3]_2$ -kód a afinní prostory.)
4. Najděte pro každé  $m$  MDS kódy s parametry  $[2^m + 2, 3, 2^m]_{2^m}$   $[2^m + 2, 2^m - 1, 4]_{2^m}$ . (Návod: využijte kontrolní matice RS-kódu na tělese  $\mathbb{F}_{2^m}$  rozšířené o jednotkovou matici.)
5. Napište algoritmus, který pro zadané přirozené číslo  $k$ , prvočíslo  $p$ , ireducibilní polynom  $m$  stupně  $r$  a polynom  $\alpha \in \mathbb{F}_p[x]$  stupně nejvýše  $r - 1$  reprezentující prvek tělesa  $\mathbb{F}_{p^r}$  vrátí generující polynom a generující matici cyklického kódu Reed-Solomonova kódu dimenze  $k$  určeného prvky grupy  $\langle \alpha \rangle \leq \mathbb{F}_{p^r}^*$
6. Napište v pseudokódu algoritmy pro zdroj  $S = \{s_1, \dots, s_q\}$ ,  $p_i = P[S = s_i]$ 
  - (a) pro konstrukci  $r$ -árního Shannon-Fanova kódování zdroje  $S$ ,
  - (b) pro konstrukci binárního Huffmanova kódování zdroje  $S$ ,
  - (c) pro výpočet průměrné délky slova binárního Huffmanova kódování zdroje  $S$ .
7. Jestliže je  $X$  množina a  $\mathcal{B} \subseteq P(X)$ , dokažte, že  $\mathcal{B}$  je  $2$ -(11, 5, 2)-design, právě když je  $\{X \setminus B \mid B \in \mathcal{B}\}$   $2$ -(11, 6, 3)-design.