

Domácí úlohy z Úvodu do teorie grup

2020/21

Budou zadány 4 série domácích úkolů každá za 25 bodů. Na získání zápočtu bude třeba získat 50 bodů za 100 možných.

Všechna svá tvrzení pečlivě odůvodňujte, tvrzení z přednášek i cvičení používejte bez důkazu (ale s jasným odkazem). Řešení v pdf odevzdávejte do SIS.

2. SÉRIE (DO 10.11., 22:00)

2.1. Najděte všechny semidirektní součiny $\mathbb{Z}_5 \rtimes \mathbb{Z}_4$ a rozhodněte, které z nich jsou abelovské a které řešitelné.

6 bodů

2.2. Rozhodněte, které z následujících grup jsou (a) direktně nerozložitelné, (b) semidirektně nerozložitelné: $S_3, S_4, A_4, A_5, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_6$.

6 bodů

2.3. Uvažujme homomorfismus $\psi : S_3 \rightarrow \text{Aut}(S_3)$ daný vztahem $\psi(\sigma) = \psi_\sigma$ (vnitřní automorfismy). Rozhodněte, zda je grupa $S_3 \rtimes_\psi S_3$ řešitelná a zda je nilpotentní.

6 bodů

2.4. Nechť $\mathcal{G} = (G, \cdot, ^{-1}, 1)$ je grupa, $H \trianglelefteq \mathcal{G}$ a $H \cap G' = \{1\}$. Dokažte, že $H \leq Z(\mathcal{G})$.
Hint: Všimněte si vztahu grup H , $[H, G]$ a G' .

7 bodů