

### Vzorová zkouška z Teorie čísel

- (1) Co je Pellova rovnice? Dokažte, že existuje netriviálního řešení každé Pellovy rovnice. (8 bodů)
- (2) Napište, co je řetězový zlomek, a jak ho vyjádřit pomocí řetězových polynomů? Spočtete řetězový zlomek pro číslo  $\frac{12}{5}$ . (8 bodů)
- (3) Definujte pojem cyklotomický polynom a dokažte, že jde o polynomy s celočíselnými koeficienty. Rozložte polynom  $x^{10} - 1$  na součin ireducibilních polynomů v  $\mathbb{Q}[x]$ . (8 bodů)
- (4) Definujte pojem charakteru a určete všechny charaktery modulo 5. (8 bodů)
- (5) Popište strukturu grupy  $\mathbb{Z}_{2^n}^*$  a své tvrzení dokažte. (8 bodů)