

Kvantily

distribuční funkce je neklesající a zprava spojitá. Velikost skoku v bodě x je $P(X = x)$.

Zřejmě platí

$$P(X \leq x) = P(X < x) + P(X = x), \text{ přičemž}$$

$P(X \leq x)$ je hodnota distribuční funkce F v bodě x ,

$P(X < x)$ je limita zleva distribuční funkce F v bodě x a

$P(X = x)$ je skok distribuční funkce F v bodě x .

α -kvantil je bod, který splňuje podmínky

$$(i) P[X \leq q_X(\alpha)] \geq \alpha ,$$

$$(ii) P[X \geq q_X(\alpha)] \geq 1 - \alpha .$$

U spojitých náh. veličin je distribuční funkce $F(x) = P(X \leq x)$ hladká (oboustranně spojitá v každém bodě), tedy nemá žádné skoky a pro všechna reálná x platí $P(X = x) = 0$.

Inverze F^{-1} k distribuční funkci F se pak nazývá kvantilová funkce a α -kvantil je hodnota $F^{-1}(\alpha)$.

$$\text{Zřejmě platí } P[X \leq q_X(\alpha)] = F[F^{-1}(\alpha)] = \alpha, P[X > q_X(\alpha)] = 1 - \alpha ,$$

čímž jsou splněny podmínky (i) a (ii).

α -kvantil $q_X(\alpha)$ je takový bod, že náhodná veličina X nabude s pravděpodobností α hodnoty pod ním a s pravděpodobností $1 - \alpha$ hodnoty nad ním.

α -kvantil je jednoznačně určen.

U diskrétních náh. veličin je distribuční funkce $F(x) = P(X \leq x)$ po částech konstantní a má skoky v bodech x_i o velikosti $p_i = P(X = x_i), i = 1, 2, \dots$

(i) znamená, že hodnota distribuční funkce v bodě $q_X(\alpha)$ je $\geq \alpha$.

(ii) lze přepsat ve tvaru $P[X < q_X(\alpha)] = 1 - P[X \geq q_X(\alpha)] \leq \alpha$,

to znamená, že limita zleva distribuční funkce v bodě $q_X(\alpha)$ je $\leq \alpha$.

α -kvantil $q_X(\alpha)$ je takový bod, že v něm hodnota distribuční funkce je $\geq \alpha$ a limita distribuční funkce zleva je $\leq \alpha$.

α -kvantil není jednoznačně určen.

