

Zdravotnický výzkum 1

V populaci o rozsahu n osob je m mužů a z žen. HIV pozitivních je m_A mužů a z_A žen. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba je HIV pozitivní ?

Náhodný pokus: výběr 1 osoby

Elementární jevy lze ztotožnit s osobami v populaci.

Zavedme náhodné jevy:

A ... náhodně vybraná osoba je HIV pozitivní

M ... náhodně vybraná osoba je muž

Z ... náhodně vybraná osoba je žena

Pak máme: $P(A) = P(A \cap M) + P(A \cap Z) = \frac{m_A}{n} + \frac{z_A}{n} =$

$$\frac{m_A}{m} \frac{m}{n} + \frac{z_A}{z} \frac{z}{n} = P(A|M)P(M) + P(A|Z)P(Z).$$

Zdravotnický výzkum 2

Test na určitou chorobu dá pozitivní výsledek u nemocné osoby s pravděpodobností 0.999 a u zdravé osoby s pravděpodobností 0.01. Víme, že chorobou trpí 10% populace. Jaká je pravděpodobnost, že osoba s pozitivním testem je skutečně nemocná, a osoba s negativním testem je skutečně zdravá ?

Zavedme náhodné jevy:

A ... osoba je nemocná

+ ... osoba má pozitivní test

- ... osoba má negativní test

Pak máme:

$$P(A|+) = \frac{P(A \cap +)}{P(+)} = \frac{P(+|A)P(A)}{P(+|A)P(A) + P(+|A^C)P(A^C)} = \frac{0.999 \times 0.1}{0.999 \times 0.1 + 0.01 \times 0.9} = 0.92.$$

Dále: $P(-|A^C) = 1 - P(+|A^C) = 0.99$, $P(-|A) = 1 - P(+|A) = 0.001$,

a tedy

$$P(A^C|-) = \frac{P(A^C \cap -)}{P(-)} = \frac{P(-|A^C)P(A^C)}{P(-|A^C)P(A^C) + P(-|A)P(A)} = \frac{0.99 \times 0.9}{0.99 \times 0.9 + 0.001 \times 0.1} = 0.99.$$