
Úlohy k cvičení

Pravděpodobnost

Úloha 1: Kuchař upustil omylem do polévky dva různé prsteny. Všechna polévka byla rozdělena mezi 25 hostů, z toho 8 žen. Jaká je pravděpodobnost, že

- a) oba prsteny dostane jedna osoba?
- b) žádný muž nedostane prsten?
- c) prsteny budou mít v polévce dva muži?
- d) prsteny budou mít v polévce jeden muž a jedna žena?
- e) Jak se pravděpodobnosti změní, jestliže prsteny budou stejné?

Úloha 2: V sáčku je 10 skleněnek a 20 hliněnek. Náhodně vybereme 7 kuliček. Jaká je pravděpodobnost, že budou vybrány právě tři skleněny, pokud:

- a) Kuličky do sáčku nevracíme.
- b) Vybíráme kuličky po jedné a pokaždé ji do sáčku hned vrátíme.

Úloha 3: Jaká je pravděpodobnost, že z dvaceti lidí mají dva narozeniny ve stejný den?

Úloha 4: Určete pravděpodobnost, že při hození šesti hracími kostkami padnou na alespoň třech kostkách alespoň tři oka.

Úloha 5: Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé:

- a) *Pravděpodobnost, že při hození dvaceti kostkami padnou na alespoň desíti kostkách alespoň čtyři oka, je jedna polovina.*
- b) *Pravděpodobnost, že při hození devatenácti kostkami padnou na alespoň desíti kostkách alespoň čtyři oka, je jedna polovina.*

Své rozhodnutí zdůvodněte. Lze určit výsledek bez výpočtu pravděpodobností?

Úloha 6: Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.

- a) Je pravděpodobnější, že mu v prvním hození padla jednička nebo dvojka?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hození padla dvojka?

Úloha 7: V zábavném pořadu *Let's Make a Deal* nabízel moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra — automobil je schovaný za jedněmi ze tří dveří. Za zbylými dvěma je cena útěchy — koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dveří takové, že za nimi výhra není. V této situaci má hráč otevřít jedny ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá.

Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které prve ukázal?

Úloha 8: Necht' π je náhodná permutace množiny čísel $1, 2, \dots, 100$. Necht' A_i je jev vyjadřující, že $\pi(i) = i$. Jsou jevy A_1 a A_2 nezávislé?

Úloha 9:* Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností $1/2$ nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete střední hodnotu počtu šestic po sobě jdoucích jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti n čísel a k -tice po sobě jdoucích jedniček.)

Úloha 10:* Mějme náhodnou permutaci n prvků. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů takové permutace (tj. počet prvků i takových, že $\pi(i) = i$, je-li π ona náhodná permutace).