Spočtěte primitivní funkce.

1. $\int \operatorname{tg}^2 x \, \mathrm{d}x$
2. $\int \operatorname{cotg}^2 x \, \mathrm{d}x$
3. $\int \frac{1}{\sin x} \, \mathrm{d}x$
4. $\int \frac{1}{\cos x} \, \mathrm{d}x$
5. $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} \, \mathrm{d}x$
6. $\int \frac{x^{17}-5}{x-1} \, \mathrm{d}x$
7. $\int \frac{x^{17}-5}{x^2-1} \, \mathrm{d}x$
8. $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x} \, \mathrm{d}x$
9. $\int \frac{x}{x^3-1} \, \mathrm{d}x$
10. $\int \arcsin \sin \frac{4x}{x^2+1} \, \mathrm{d}x$

Výsledky. **1.** $\operatorname{tg} x - x + C$ na každém z intervalů $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ **2.** *Hint: Substituce $y = \operatorname{tg} x$ a slepit v bodech $\frac{\pi}{2} + k\pi$ nebo rychlejší $y = \operatorname{cotg} x$.* $-\operatorname{cotg} x - x + C$ na každém z intervalů $(k\pi, (k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ **3.** $\frac{1}{2} \log \frac{1-\cos x}{1+\cos x} + C$ nebo alternativně $\log |\operatorname{tg}(\frac{x}{2})| + C$ na každém z intervalů $(k\pi, (k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ **4.** *Hint: Posunutím o $\frac{\pi}{2}$ se převede na př. 3.* $\frac{1}{2} \log \frac{1+\sin x}{1-\sin x} + C$, alternativně $\log |\operatorname{tg}(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})| + C$ na každém z intervalů $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ **5.** $\log(x^2 + x + 1)$ na $\mathbb{R}$ **6.** $\left(\sum_1^{17} \frac{x^k}{k}\right) - 4 \log |x-1|$ na $(-\infty, 1)$ a $(1, +\infty)$ **7.** $\left(\sum_1^{8} \frac{1}{2k} x^{2k}\right) - 2 \log |x-1| + 3 \log |x+1|$ na intervalech $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ a $(1, +\infty)$ **8.** $x + \frac{1}{6} \log |x| - \frac{9}{2} \log |x-2| + \frac{28}{3} \log |x-3|$ na $(-\infty, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 3)$ a $(3, +\infty)$ **9.** $\frac{1}{6} \log \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$ na $(-\infty, 1)$ a $(1, +\infty)$ **10.** $F(x) + C$ na $\mathbb{R}$, kde

$$F(x) = \begin{cases} 2\log(1+x^2) + \pi(x_2 - x_1) + 4 \log \frac{x_1}{x_2} & x \in (-\infty, -x_2] \\ -\pi(x + x_1) - 2\log(1+x^2) + 4\log(\frac{4}{\pi} x_1) & x \in [-x_2, -x_1] \\ 2\log(1+x^2) & x \in [-x_1, x_1] \\ \pi(x - x_1) - 2\log(1+x^2) + 4\log(\frac{4}{\pi} x_1) & x \in [x_1, x_2] \\ 2\log(1+x^2) + \pi(x_2 - x_1) + 4 \log \frac{x_1}{x_2} & x \in [x_2, +\infty) \end{cases}$$

a $x_1 = \frac{4-\sqrt{16-\pi^2}}{\pi}$, $x_2 = \frac{4+\sqrt{16-\pi^2}}{\pi}$.