

SPOČTĚTE PRIMITIVNÍ FUNKCE.

1. $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}$
2. $\int \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + x + 1}} \, dx$
3. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$
4. $\int \sqrt{x^2 - 2x - 1} \, dx$
5. $\int \frac{(2x+3) \, dx}{(x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 + 2x + 4}}$
6. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$
7. $\int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$

VYPOČTĚTE NÁSLEDUJÍCÍ INTEGRÁLY.

8. $\int_{\frac{1}{e}}^e |\log x| \, dx$
9. $\int_0^{\log^2 2} \sqrt{e^x - 1} \, dx$
10. $\int_0^1 x(2-x)^{12} \, dx$

 VÝSLEDKY. **1.** $6 \left(\frac{1}{9} u^{(3/2)} - \frac{1}{8} u^{(4/3)} + \frac{1}{7} u^{(7/6)} - \frac{1}{6} u + \frac{1}{5} u^{(5/6)} - \frac{1}{4} u^{(2/3)} \right) + C$,
 kde $u = x + 1$, $x \in (-1, +\infty)$ **2.** $2 \log |t| - \frac{3}{2} \log |2t + 1| + \frac{3}{2} \frac{1}{2t+1} + C$, kde
 $t = x + \sqrt{x^2 + x + 1}$, $x \in (-\infty, -1)$ nebo $x \in (-1, +\infty)$ **3.** *Hint: Zjednoduší se
 převedením na $\int \frac{dy}{1 + \sqrt{y^2 + 1}} \cdot \log(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}) + \frac{2}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}} + C$, $x \in \mathbb{R}$*
4. *Hint: $\int \sqrt{y^2 - 1} \, dy$. $\frac{1}{2}(x-1)\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \log |x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 1}| + C$,
 $x \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ nebo $x \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$* **5.** *Hint: Substitute $\sqrt{x^2 + 2x + 4} =$
 $-x + t$, pak vyjádříme $x^2 + 2x + 3 = (-x + t)^2 - 1 = (-x + t - 1)(-x + t + 1)$.
 $\log(\frac{t^2 + 2}{t^2 + 4t + 6}) + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{t-2}{\sqrt{2}} + C$, $x \in \mathbb{R}$* **6.** $\log \left| \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right| +$
 $2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, $x \in (-1, 1)$ **7.** $\log \frac{|u^2 - 1|}{\sqrt{u^4 + u^2 + 1}} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2u+1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2u-1}{\sqrt{3}}$,
 kde $u = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$, $x \in (-\infty, -1)$ nebo $x \in (-1, 0)$ nebo $x \in (1, +\infty)$ **8.** $2 - \frac{2}{e}$
9. $2 - \frac{\pi}{2}$ **10.** $\frac{16369}{182}$