

SPOČTĚTE MÍRU MNOŽINY.

1. $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 < y < x + 2\}$
2. $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 5, y \leq 3, xy \geq 1\}$

VYPOČÍTEJTE MÍRU MNOŽINY OMEZENÉ KŘIVKAMI.

3. $x = 2, y = x, xy = 1, x = 0$
4. $y = \frac{8}{4+x^2}, y = \frac{x^2}{4}$
5. $2x - y = 0, 2x - y - 7 = 0, x - 4y + 7 = 0, x - 4y + 14 = 0$

SPOČTĚTE INTEGRÁL PŘES MNOŽINU.

6. $\int_M x^2 + y^2 \, dx \, dy$, M je trojúhelník s vrcholy $[0, 0], [1, 0], [0, 2]$
7. $\int_M x(y + 1) \, dx \, dy$, M je jednotkový kruh
8. $\int_M xy \, dx \, dy$, M je čtvrtina jednotkového kruhu ležící v prvním kvadrantu
9. $\int_M ye^{-x} \, dx \, dy$, $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, |x - y| \leq 1\}$
10. $\int_M (x^2y + xy^2) \, dx \, dy$, M je trojúhelník s vrcholy $[0, 0], [2, 1], [1, 2]$

SPOČTĚTE INTEGRÁL PŘES MNOŽINU.

11. $\int_M \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \, d\lambda$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 < x\}$
12. $\int_M x \, d\lambda$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2, x, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
13. $\int_M (x^2 + y^2) \, d\lambda$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$
14. $\int_M x^2y^2 \, d\lambda$, kde $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2, 1 \leq xy \leq 3, x \leq y \leq 2x\}$
15. $\int_M \frac{1}{(x^2+y^2)^2} \, d\lambda$, kde M je ohraničena křivkami $x^2 + y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 8x$,
 $y = x$, $y = 2x$

 VÝSLEDKY. **1.** $\lambda_2(M) = 4,5$ **2.** $\lambda_2(M) = 12 - \log 5$ **3.** $\lambda_2(M) = \frac{3}{2} - \log 2$
4. $\lambda_2(M) = 2\left(\pi - \frac{2}{3}\right)$ **5.** $\lambda_2(M) = 7$ **6.** $\frac{5}{6}$ **7.** 0 **8.** $\frac{1}{8}$ **9.** 2 **10.** $\frac{39}{10}$
11. 2 , *hint: polární souřadnice* **12.** $\frac{7}{3}$, *hint: polární souřadnice* **13.** $\frac{39}{2}\pi$,
hint: zobecněné polární souřadnice, $x = 3r \cos \alpha$ a $y = 2r \sin \alpha$ **14.** $\frac{13}{3} \log 2$,
hint: speciální substituce $u = xy, v = y/x$ **15.** $\frac{3}{128}$, *hint: polární souřadnice*