Statistika

(MD360P03Z, MD360P03U)
ak. rok 2007/2008

Karel Zvára

karel.zvara@mff.cuni.cz
http://www.karlin.mff.cuni.cz/∼zvara

(naposledy upraveno 7. listopadu 2007)

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

populace a výběr

- populaci charakterizujeme pomocí parametrů rozdělení, případně typu rozdělení
- výsledek měření na náhodně vybraném prvku populace – náhodná veličina
- skutečné hodnoty parametrů neznáme
  - chceme je odhadnout
  - chceme rozhodnout o platnosti tvrzení (hypotézy) o parametrech
- jako výběr si představujeme několik **nezávislých** náhodných veličin se stejným rozdělením a neznámými parametry
  - parametry odhadujeme na základě výběru
  - o hypotézách rozhodujeme na základě výběru
- příklady
  - střední hodnotu náhodné veličiny (populační průměr) odhadujeme pomocí výběrového průměru
  - rozptyl náhodné veličiny odhadujeme pomocí výběrového rozptylu

chování výběrového průměru

- nechť $X_1, X_2, \dots X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s **libovolným stejným rozdělením** se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. **náhodný výběr** z onoho rozdělení
- **průměr** $X_1, X_2, \dots X_n$: $$\boxed{\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}$$
- připomeňme vlastnosti střední hodnoty Vlastnosti

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y, \qquad \mu_{b \cdot X} = b \cdot \mu_X$$

- proto je

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n} \cdot \mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu_{X_i} = \frac{1}{n} n\mu = \mu$$

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$, tj. $\bar{X}$ je **nestranný odhad** parametru μ

chování výběrového průměru

- nechť $X_1, X_2, \ldots X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s **libovolným stejným rozdělením** se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. **náhodný výběr** z onoho rozdělení
- **průměr** $X_1, X_2, \ldots X_n$: $\boxed{\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}$
- připomeňme vlastnosti střední hodnoty ‣ Vlastnosti

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y, \qquad \mu_{b \cdot X} = b \cdot \mu_X$$

- proto je

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\cdot\mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_{X_i} = \frac{1}{n}n\mu = \mu$$

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$, tj. $\bar{X}$ je **nestranný odhad** parametru μ

chování výběrového průměru

- nechť $X_1, X_2, \dots X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s **libovolným stejným rozdělením** se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. **náhodný výběr** z onoho rozdělení
- **průměr** $X_1, X_2, \dots X_n$: $$\boxed{\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}$$
- připomeňme vlastnosti střední hodnoty ▸ Vlastnosti

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y, \qquad \mu_{b \cdot X} = b \cdot \mu_X$$

- proto je

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\cdot\mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_{X_i} = \frac{1}{n}n\mu = \mu$$

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$, tj. $\bar{X}$ je **nestranný odhad** parametru μ

chování výběrového průměru

- nechť $X_1, X_2, \dots X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s **libovolným stejným rozdělením** se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. **náhodný výběr** z onoho rozdělení
- **průměr** $X_1, X_2, \dots X_n$: $$\boxed{\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}$$
- připomeňme vlastnosti střední hodnoty ‣ Vlastnosti

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y, \qquad \mu_{b\cdot X} = b \cdot \mu_X$$

- proto je

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\cdot\mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_{X_i} = \frac{1}{n}n\mu = \mu$$

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$, tj. $\bar{X}$ je **nestranný odhad** parametru μ

chování výběrového průměru

- nechť $X_1, X_2, \dots X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s **libovolným stejným rozdělením** se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. **náhodný výběr** z onoho rozdělení
- **průměr** $X_1, X_2, \dots X_n$: $\boxed{\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i}$
- připomeňme vlastnosti střední hodnoty ▸ Vlastnosti

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y, \qquad \mu_{b \cdot X} = b \cdot \mu_X$$

- proto je

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n} \cdot \mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mu_{X_i} = \frac{1}{n} n\mu = \mu$$

- $\mu_{\bar{X}} = \mu$, tj. $\bar{X}$ je **nestranný odhad** parametru μ

variabilita výběrového průměru

- pro rozptyl **nezávislých** náhodných veličin platí ▸ Vlastnosti

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \qquad \sigma^2_{b\cdot X} = b^2\sigma^2_X$$

- proto je

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \sigma^2_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i} = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- průměr $\bar{X}$ má tedy rozptyl n-krát menší, než jednotlivá pozorování
- **střední chyba** průměru = směrodatná odchylka průměru

$$\boxed{\mathrm{S.E.}(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

variabilita výběrového průměru

- pro rozptyl **nezávislých** náhodných veličin platí ▸ Vlastnosti

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \qquad \sigma^2_{b\cdot X} = b^2\sigma^2_X$$

- proto je

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \sigma^2_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i} = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- průměr $\bar{X}$ má tedy rozptyl n-krát menší, než jednotlivá pozorování
- **střední chyba** průměru = směrodatná odchylka průměru

$$\boxed{\mathrm{S.E.}(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

variabilita výběrového průměru

- pro rozptyl **nezávislých** náhodných veličin platí ▸ Vlastnosti

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \qquad \sigma^2_{b\cdot X} = b^2\sigma^2_X$$

- proto je

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \sigma^2_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i} = \frac{1}{n^2}n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- průměr $\bar{X}$ má tedy rozptyl n-krát menší, než jednotlivá pozorování
- **střední chyba** průměru = směrodatná odchylka průměru

$$\boxed{\mathrm{S.E.}(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

variabilita výběrového průměru

- pro rozptyl **nezávislých** náhodných veličin platí ▸ Vlastnosti

$$\sigma^2_{X+Y} = \sigma^2_X + \sigma^2_Y \qquad \sigma^2_{b\cdot X} = b^2\sigma^2_X$$

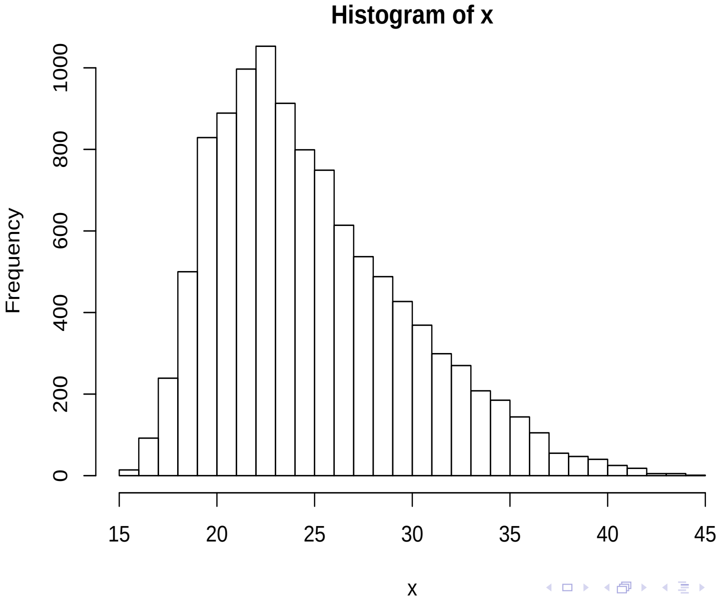
- proto je

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \sigma^2_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i} = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- průměr $\bar{X}$ má tedy rozptyl n-krát menší, než jednotlivá pozorování
- **střední chyba** průměru = směrodatná odchylka průměru

$$\boxed{\mathrm{S.E.}(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

příklad: věk matek



příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	$\mu = 25.40$	$\sigma = 4.94$	4.94	0.77	0.19

příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	μ =25.40	σ =4.94	4.94	0.77	0.19

příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	μ =25.40	σ =4.94	4.94	0.77	0.19

příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	μ =25.40	σ =4.94	4.94	0.77	0.19

příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	μ =25.40	σ =4.94	4.94	0.77	0.19

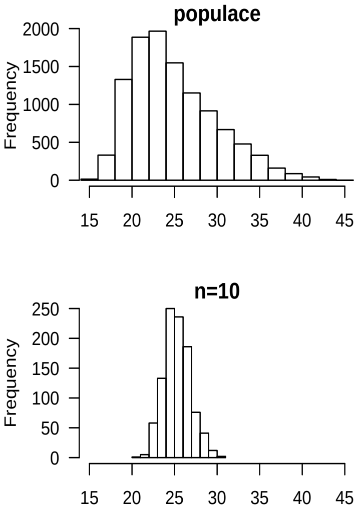
příklad: věk matek

- výjimečný umělý příklad, kdy známe celou populaci
- populace obsahuje 10 916 hodnot
- rozdělení věku je výrazně nesymetrické
- prováděn výběr rozsahu n, vždy spočítán průměr
- Nkrát opakovaně provedeno (spočítáno $N = 1000$ průměrů)
- spočítány charakteristiky z N průměrů jako výchozích hodnot, (modře charakteristiky celé populace nebo hodnoty odvozené)

n	průměr	sm. odch.	$\sigma/\sqrt{n}$	šikmost	špičatost
1	25.43	4.62	4.94	0.74	0.29
10	25.35	1.54	1.56	0.28	-0.04
100	25.39	0.48	0.49	0.08	-0.05
(populace)	$\mu =$25.40	$\sigma =$4.94	4.94	0.77	0.19

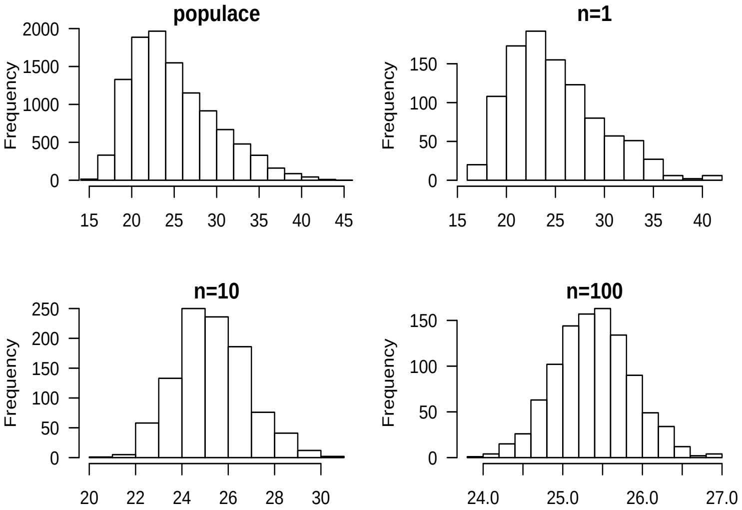
příklad: histogram populace a histogramy výběrů

šířky intervalů stejné



příklad: histogram populace a histogramy výběrů

šířky intervalů přizpůsobené variabilitě



příklad: shrnutí

- průměry kolísají kolem populačního průměru μ
- směrodatné odchylky klesají s rostoucím $\sqrt{n}$
- šikmost a špičatost se s rostoucím n blíží k nule
- je naděje, že s rostoucím n je histogram podobnější hustotě normálního rozdělení – projev *centrální limitní věty*

příklad: shrnutí

- průměry kolísají kolem populačního průměru μ
- směrodatné odchylky klesají s rostoucím $\sqrt{n}$
- šikmost a špičatost se s rostoucím n blíží k nule
- je naděje, že s rostoucím n je histogram podobnější hustotě normálního rozdělení – projev *centrální limitní věty*

příklad: shrnutí

- průměry kolísají kolem populačního průměru μ
- směrodatné odchylky klesají s rostoucím $\sqrt{n}$
- šikmost a špičatost se s rostoucím n blíží k nule
- je naděje, že s rostoucím n je histogram podobnější hustotě normálního rozdělení – projev *centrální limitní věty*

příklad: shrnutí

- průměry kolísají kolem populačního průměru μ
- směrodatné odchylky klesají s rostoucím $\sqrt{n}$
- šikmost a špičatost se s rostoucím n blíží k nule
- je naděje, že s rostoucím n je histogram podobnější hustotě normálního rozdělení – projev *centrální limitní věty*

centrální limitní věta

- vlastnost součtu nezávislých náhodných veličin se stejným rozdělením (populační průměr μ, popul. rozptyl σ^2)
- průměr je součet dělený počtem sčítanců
  $\Rightarrow$ pro průměr platí CLV také
- standardizovaný součet (průměr) n nezávislých náhodných veličin lze pro velké n aproximovat normálním rozdělením $\mathrm{N}(0,1)$

$$\boxed{Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\cdot\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} \mathrel{\dot\sim} \mathrm{N}(0,1)}$$

CLV pro četnosti

- pro velká n se výběrový průměr chová, jako by šlo o výběr z normálního rozdělení, a to bez ohledu na výchozí rozdělení

$$\boxed{\bar{X} \mathrel{\dot\sim} \mathrm{N}(\mu, \sigma^2/n)}$$

centrální limitní věta

- vlastnost součtu nezávislých náhodných veličin se stejným rozdělením (populační průměr μ, popul. rozptyl σ^2)
- průměr je součet dělený počtem sčítanců
  $\Rightarrow$ pro průměr platí CLV také
- standardizovaný součet (průměr) n nezávislých náhodných veličin lze pro velké n aproximovat normálním rozdělením $\mathrm{N}(0,1)$

$$\boxed{Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \overset{\cdot}{\sim} \mathrm{N}(0,1)}$$

CLV pro četnosti

- pro velká n se výběrový průměr chová, jako by šlo o výběr z normálního rozdělení, a to bez ohledu na výchozí rozdělení

$$\boxed{\bar{X} \overset{\cdot}{\sim} \mathrm{N}(\mu, \sigma^2/n)}$$

centrální limitní věta

- vlastnost součtu nezávislých náhodných veličin se stejným rozdělením (populační průměr μ, popul. rozptyl σ^2)
- průměr je součet dělený počtem sčítanců
  $\Rightarrow$ pro průměr platí CLV také
- standardizovaný součet (průměr) n nezávislých náhodných veličin lze pro velké n aproximovat normálním rozdělením $\mathrm{N}(0,1)$

$$\boxed{Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n \cdot \mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \mathrel{\dot\sim} \mathrm{N}(0,1)}$$

CLV pro četnosti

- pro velká n se výběrový průměr chová, jako by šlo o výběr z normálního rozdělení, a to bez ohledu na výchozí rozdělení

$$\boxed{\bar{X} \mathrel{\dot\sim} \mathrm{N}(\mu, \sigma^2/n)}$$

centrální limitní věta

- vlastnost součtu nezávislých náhodných veličin se stejným rozdělením (populační průměr μ, popul. rozptyl σ^2)
- průměr je součet dělený počtem sčítanců
  $\Rightarrow$ pro průměr platí CLV také
- standardizovaný součet (průměr) n nezávislých náhodných veličin lze pro velké n aproximovat normálním rozdělením $\mathrm{N}(0,1)$

$$\boxed{Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n \cdot \mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \;\dot{\sim}\; \mathrm{N}(0,1)}$$

▸ CLV pro četnosti

- pro velká n se výběrový průměr chová, jako by šlo o výběr z normálního rozdělení, a to bez ohledu na výchozí rozdělení

$$\boxed{\bar{X} \;\dot{\sim}\; \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2/n\right)}$$

interval spolehlivosti pro populační průměr μ

- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \ldots, X_n \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ platí

$$\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2/n\right)$$

- proto je $$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$
- použijeme kritickou hodnotu

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z(\alpha/2)\right) = 1-\alpha$$

- hodnota parametru μ je tedy s pstí $1-\alpha$ pokryta intervalem

$$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2); \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2)\right)$$

- lze použít pro velká n i bez požadavku na normální rozdělení

interval spolehlivosti pro populační průměr μ

- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ platí

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$$

- proto je $$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$
- použijeme kritickou hodnotu

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z(\alpha/2)\right) = 1 - \alpha$$

- hodnota parametru μ je tedy s pstí $1 - \alpha$ pokryta intervalem

$$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2); \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2)\right)$$

- lze použít pro velká n i bez požadavku na normální rozdělení

interval spolehlivosti pro populační průměr μ

- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \ldots, X_n \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ platí

$$\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2/n\right)$$

- proto je $$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$
- použijeme kritickou hodnotu

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z(\alpha/2)\right) = 1 - \alpha$$

- hodnota parametru μ je tedy s pstí $1 - \alpha$ pokryta intervalem

$$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2); \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2)\right)$$

- lze použít pro velká n i bez požadavku na normální rozdělení

interval spolehlivosti pro populační průměr μ

- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \ldots, X_n \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ platí

$$\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2/n\right)$$

- proto je $$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0, 1)$$
- použijeme kritickou hodnotu

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z(\alpha/2)\right) = 1 - \alpha$$

- hodnota parametru μ je tedy s pstí $1 - \alpha$ pokryta intervalem

$$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2); \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2)\right)$$

- lze použít pro velká n i bez požadavku na normální rozdělení

interval spolehlivosti pro populační průměr μ

- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \dots, X_n \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ platí

$$\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma^2/n\right)$$

- proto je $$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0, 1)$$
- použijeme kritickou hodnotu

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| < z(\alpha/2)\right) = 1 - \alpha$$

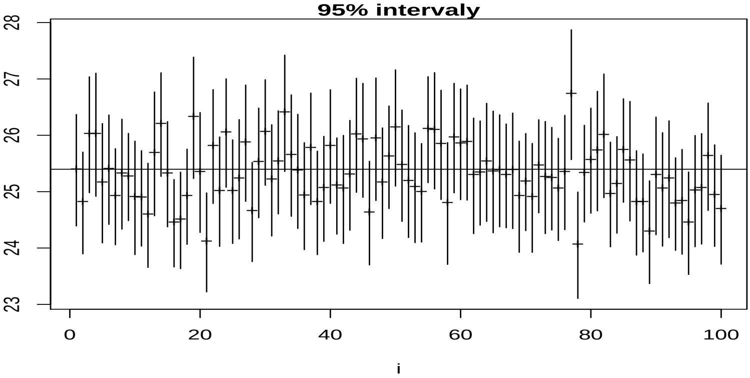
- hodnota parametru μ je tedy s pstí $1 - \alpha$ pokryta intervalem

$$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2); \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2)\right)$$

- lze použít pro velká n i bez požadavku na normální rozdělení

100 intervalů spolehlivosti ($n = 100, \quad 1 - \alpha = 95\ \%$)

(v 7 případech interval **neobsahuje** μ)



příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$\left(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96\right) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$\left(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96\right) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$\left(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96\right) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$\left(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96\right) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

příklad: IQ vysokoškoláků

- u $n = 16$ náhodně vybraných studentů jisté fakulty byla zjištěna hodnota IQ
- metoda měření IQ je konstruována tak, že je $\sigma = 15$
- vyšel průměr $\bar{x} = 110$
- co lze říci o populačním průměru všech studentů oné velké fakulty?
- 95% interval spolehlivosti ($z(0{,}025) = 1{,}96$):

$$\left(110 - \frac{15}{4} \cdot 1{,}96; 110 + \frac{15}{4} \cdot 1{,}96\right) = (102{,}65; 117{,}35)$$

- skutečný populační průměr μ (všech studentů oné fakulty) leží s 95% pravděpodobností mezi 102,65 a 117,35
- μ leží s 90% pravděpodobností mezi 103,83 a 116,17

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

vlastnosti intervalu spolehlivosti pro μ

- délka intervalu roste s požadovanou spolehlivostí
  - 90% interval (103,83; 116,17) má délku 12,34
  - 95% interval (102,65; 117,35) má délku 14,70
- délka intervalu klesá s rostoucím počtem pozorování n
  - pro $n = 16$ má 95% interval (102,65; 117,35) délku 14,70
  - pro $n = 16 \cdot 4 = 64$ má 95% interval (106,325; 113,675) délku 7,35, tedy poloviční
- kolik potřebujeme pozorování, aby měl 95% interval délku 2δ?

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z(\alpha/2) = \delta \qquad \Rightarrow \qquad n = \left(\frac{\sigma}{\delta} z(\alpha/2)\right)^2$$

- v příkladu s IQ požadujeme $\delta = 1$:

$$n = \left(\frac{15}{1} 1{,}96\right)^2 \doteq 864$$

interval spolehlivosti pro μ (neznámé σ)

- neznáme-li σ, nahradíme je pomocí (výběrová směr. odchylka)

$$\boxed{S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}}$$

- interval spolehlivosti pro μ:

$$\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha); \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)\right)$$

- použití kritické hodnoty $t_{n-1}(\alpha)$ Studentova t-rozdělení místo kritické hodnoty $z(\alpha/2)$ je penalizací za to, že neznámou směrodatnou odchylku σ jsme nahradili jejím odhadem S
- platí totiž $t_{n-1}(\alpha) > z(\alpha/2)$, s rostoucím n se rozdíl zmenšuje

interval spolehlivosti pro μ (neznámé σ)

- neznáme-li σ, nahradíme je pomocí (výběrová směr. odchylka)

$$\boxed{S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}}$$

- interval spolehlivosti pro μ:

$$\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha); \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)\right)$$

- použití kritické hodnoty $t_{n-1}(\alpha)$ Studentova t-rozdělení místo kritické hodnoty $z(\alpha/2)$ je penalizací za to, že neznámou směrodatnou odchylku σ jsme nahradili jejím odhadem S
- platí totiž $t_{n-1}(\alpha) > z(\alpha/2)$, s rostoucím n se rozdíl zmenšuje

interval spolehlivosti pro μ (neznámé σ)

- neznáme-li σ, nahradíme je pomocí (výběrová směr. odchylka)

$$\boxed{S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}}$$

- interval spolehlivosti pro μ:

$$\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha); \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)\right)$$

- použití kritické hodnoty $t_{n-1}(\alpha)$ Studentova t-rozdělení místo kritické hodnoty $z(\alpha/2)$ je penalizací za to, že neznámou směrodatnou odchylku σ jsme nahradili jejím odhadem S
- platí totiž $t_{n-1}(\alpha) > z(\alpha/2)$, s rostoucím n se rozdíl zmenšuje

interval spolehlivosti pro μ (neznámé σ)

- neznáme-li σ, nahradíme je pomocí (výběrová směr. odchylka)

$$\boxed{S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}}$$

- interval spolehlivosti pro μ:

$$\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha); \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)\right)$$

- použití kritické hodnoty $t_{n-1}(\alpha)$ Studentova t-rozdělení místo kritické hodnoty $z(\alpha/2)$ je penalizací za to, že neznámou směrodatnou odchylku σ jsme nahradili jejím odhadem S
- platí totiž $t_{n-1}(\alpha) > z(\alpha/2)$, s rostoucím n se rozdíl zmenšuje

příklad: výška postavy

- studenti odhadovali výšku přednášejícího; předpokládejme, že nestranně a nezávisle na sobě
- $n = 22, \qquad \bar{x} = 172{,}4, \qquad s_x = 4{,}032$
- z tabulek: $t_{21}(0{,}05) = 2{,}080$

$$\left(172{,}4 - \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080; 172{,}4 + \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080\right)$$

$$(170{,}6; 174{,}2)$$

- skutečná výška je s pravděpodobností 95 % někde mezi 170,7 cm a 174,2 cm
- $z(0{,}025) = 1{,}96$

příklad: výška postavy

- studenti odhadovali výšku přednášejícího; předpokládejme, že nestranně a nezávisle na sobě
- $n = 22, \qquad \bar{x} = 172{,}4, \qquad s_x = 4{,}032$
- z tabulek: $t_{21}(0{,}05) = 2{,}080$

$$\left(172{,}4 - \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080; 172{,}4 + \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080\right)$$

$$(170{,}6; 174{,}2)$$

- skutečná výška je s pravděpodobností 95 % někde mezi 170,7 cm a 174,2 cm
- $z(0{,}025) = 1{,}96$

příklad: výška postavy

- studenti odhadovali výšku přednášejícího; předpokládejme, že nestranně a nezávisle na sobě
- $n = 22, \qquad \bar{x} = 172{,}4, \qquad s_x = 4{,}032$
- z tabulek: $t_{21}(0{,}05) = 2{,}080$

$$\left(172{,}4 - \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080; 172{,}4 + \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080\right)$$

$$(170{,}6; 174{,}2)$$

- skutečná výška je s pravděpodobností 95 % někde mezi 170,7 cm a 174,2 cm
- $z(0{,}025) = 1{,}96$

příklad: výška postavy

- studenti odhadovali výšku přednášejícího; předpokládejme, že nestranně a nezávisle na sobě
- $n = 22, \qquad \bar{x} = 172{,}4, \qquad s_x = 4{,}032$
- z tabulek: $t_{21}(0{,}05) = 2{,}080$

$$\left(172{,}4 - \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080; 172{,}4 + \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080\right)$$

$$(170{,}6; 174{,}2)$$

- skutečná výška je s pravděpodobností 95 % někde mezi 170,7 cm a 174,2 cm
- $z(0{,}025) = 1{,}96$

příklad: výška postavy

- studenti odhadovali výšku přednášejícího; předpokládejme, že nestranně a nezávisle na sobě
- $n = 22, \qquad \bar{x} = 172{,}4, \qquad s_x = 4{,}032$
- z tabulek: $t_{21}(0{,}05) = 2{,}080$

$$\left(172{,}4 - \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080; 172{,}4 + \frac{4{,}032}{\sqrt{22}} \cdot 2{,}080\right)$$

$$(170{,}6; 174{,}2)$$

- skutečná výška je s pravděpodobností 95 % někde mezi 170,7 cm a 174,2 cm
- $z(0{,}025) = 1{,}96$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \text{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \text{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n,\pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? ▸ CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

centrální limitní věta pro četnosti

- co říkala CLV? CLV
- absolutní četnost Y
  - Y – součet nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - populační průměr X_i je π
  - populační rozptyl X_i je $\pi(1-\pi)$
  - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$, proto přibližně $Y \sim \mathrm{N}(n\pi, n\pi(1-\pi))$
- relativní četnost $f = Y/n$
  - f – průměr nezávislých veličin s alternativním rozdělením
  - $f \sim \mathrm{N}(\pi, \pi(1-\pi)/n)$

příklad: počet studentek

- za zkušenosti je známo, že mezi uchazeči o studium bývá 45 % dívek
- s jakou pravděpodobností bude při 500 přihláškách počet dívek mezi 200 a 220 (včetně)?
- $Y \sim \mathrm{bi}(500, 0{,}45)$ má $\mu_Y = 500 \cdot 0{,}45 = 225$, $\sigma_Y^2 = 500 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55 = 123{,}75$, tedy $\sigma_Y = 11{,}1$

$$\mathrm{P}(200 \leq Y \leq 220) \doteq \Phi\left(\frac{220{,}5 - 225}{11{,}1}\right) - \Phi\left(\frac{199{,}5 - 225}{11{,}1}\right)$$

- hledaná pravděpodobnost je přibližně 33,2 % (přesně 33,3 %)
  [NORMDIST(220,5;225;11,1243;1)
  -NORMDIST(199,5;225;11,1243;1)]
  [pnorm(220.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))
  -pnorm(199.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))]
  [BINOMDIST(220;500;0,45;1)-BINOMDIST(199;500;0,45;1)]
  [pbinom(220,500,0.45)-pbinom(199,500,0.45)]

příklad: počet studentek

- za zkušenosti je známo, že mezi uchazeči o studium bývá 45 % dívek
- s jakou pravděpodobností bude při 500 přihláškách počet dívek mezi 200 a 220 (včetně)?
- $Y \sim \mathrm{bi}(500, 0{,}45)$ má $\mu_Y = 500 \cdot 0{,}45 = 225$, $\sigma_Y^2 = 500 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55 = 123{,}75$, tedy $\sigma_Y = 11{,}1$

$$\mathrm{P}(200 \leq Y \leq 220) \doteq \Phi\left(\frac{220{,}5 - 225}{11{,}1}\right) - \Phi\left(\frac{199{,}5 - 225}{11{,}1}\right)$$

- hledaná pravděpodobnost je přibližně 33,2 % (přesně 33,3 %) [NORMDIST(220,5;225;11,1243;1) -NORMDIST(199,5;225;11,1243;1)] [pnorm(220.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55)) -pnorm(199.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))] [BINOMDIST(220;500;0,45;1)-BINOMDIST(199;500;0,45;1)] [pbinom(220,500,0.45)-pbinom(199,500,0.45)]

příklad: počet studentek

- za zkušenosti je známo, že mezi uchazeči o studium bývá 45 % dívek
- s jakou pravděpodobností bude při 500 přihláškách počet dívek mezi 200 a 220 (včetně)?
- $Y \sim \text{bi}(500, 0{,}45)$ má $\mu_Y = 500 \cdot 0{,}45 = 225$, $\sigma_Y^2 = 500 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55 = 123{,}75$, tedy $\sigma_Y = 11{,}1$

$$\mathrm{P}(200 \leq Y \leq 220) \doteq \Phi\left(\frac{220{,}5 - 225}{11{,}1}\right) - \Phi\left(\frac{199{,}5 - 225}{11{,}1}\right)$$

- hledaná pravděpodobnost je přibližně 33,2 % (přesně 33,3 %)
  [NORMDIST(220,5;225;11,1243;1)
  -NORMDIST(199,5;225;11,1243;1)]
  [pnorm(220.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))
  -pnorm(199.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))]
  [BINOMDIST(220;500;0,45;1)-BINOMDIST(199;500;0,45;1)]
  [pbinom(220,500,0.45)-pbinom(199,500,0.45)]

příklad: počet studentek

- za zkušenosti je známo, že mezi uchazeči o studium bývá 45 % dívek
- s jakou pravděpodobností bude při 500 přihláškách počet dívek mezi 200 a 220 (včetně)?
- $Y \sim \mathrm{bi}(500, 0{,}45)$ má $\mu_Y = 500 \cdot 0{,}45 = 225$, $\sigma_Y^2 = 500 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55 = 123{,}75$, tedy $\sigma_Y = 11{,}1$

$$\mathrm{P}(200 \leq Y \leq 220) \doteq \Phi\left(\frac{220{,}5 - 225}{11{,}1}\right) - \Phi\left(\frac{199{,}5 - 225}{11{,}1}\right)$$

- hledaná pravděpodobnost je přibližně 33,2 % (přesně 33,3 %)
  [NORMDIST(220,5;225;11,1243;1)
  -NORMDIST(199,5;225;11,1243;1)]
  [pnorm(220.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))
  -pnorm(199.5,500*0.45,sqrt(500*0.45*0.55))]
  [BINOMDIST(220;500;0,45;1)-BINOMDIST(199;500;0,45;1)]
  [pbinom(220,500,0.45)-pbinom(199,500,0.45)]

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  = směrodatná odchylka relativní četnosti f
  = odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

interval spolehlivosti pro podíl (pravděpodobnost) π

- π – podíl prvků populace s danou vlastností
- π – pst, s jakou takový prvek vylosujeme
- počet prvků náhodně vybraných s onou vlastností $Y \sim \mathrm{bi}(n, \pi)$
- střední chyba relativní četnosti $Y/n = f$
  $=$ směrodatná odchylka relativní četnosti f
  $=$ odmocnina z rozptylu relativní četnosti f je tedy $\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$
- pravděpodobnost π neznáme, odhadneme ji pomocí f
- odtud je přibližný 95% interval spolehlivosti pro π

$$\left(f - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right)$$

- skutečná pst π je tedy s 95% pstí v uvedeném rozmezí
- existuje přesnější (pracnější) postup

příklad: hody s hrací kostkou

- odhadujeme pravděpodobnost šestky
- kostka A: $n = 100, n_A = 17, f_A = 0{,}17$

$$\left(0{,}17 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\,;\, 0{,}17 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\right)$$

$$(0{,}10; 0{,}24)$$

- kostka B: $n = 100, n_B = 41, f_B = 0{,}41$

$$\left(0{,}41 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\,;\, 0{,}41 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\right)$$

$$(0{,}31; 0{,}51)$$

- důležitý rozdíl: u kostky A patří $1/6 = 0{,}167$ do intervalu spolehlivosti; u kostky B nikoliv; může to něco znamenat?

příklad: hody s hrací kostkou

- odhadujeme pravděpodobnost šestky
- kostka A: $n = 100$, $n_A = 17$, $f_A = 0{,}17$

$$\left(0{,}17 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\,;\, 0{,}17 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\right)$$

$$(0{,}10; 0{,}24)$$

- kostka B: $n = 100$, $n_B = 41$, $f_B = 0{,}41$

$$\left(0{,}41 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\,;\, 0{,}41 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\right)$$

$$(0{,}31; 0{,}51)$$

- důležitý rozdíl: u kostky A patří $1/6 = 0{,}167$ do intervalu spolehlivosti; u kostky B nikoliv; může to něco znamenat?

příklad: hody s hrací kostkou

- odhadujeme pravděpodobnost šestky
- kostka A: $n = 100, n_A = 17, f_A = 0{,}17$

$$\left(0{,}17 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\,;\, 0{,}17 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\right)$$

$$(0{,}10; 0{,}24)$$

- kostka B: $n = 100, n_B = 41, f_B = 0{,}41$

$$\left(0{,}41 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\,;\, 0{,}41 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\right)$$

$$(0{,}31; 0{,}51)$$

- důležitý rozdíl: u kostky A patří $1/6 = 0{,}167$ do intervalu spolehlivosti; u kostky B nikoliv; může to něco znamenat?

příklad: hody s hrací kostkou

- odhadujeme pravděpodobnost šestky
- kostka A: $n = 100, n_A = 17, f_A = 0{,}17$

$$\left(0{,}17 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\,; 0{,}17 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}17 \cdot 0{,}83}{100}}\right)$$

$$(0{,}10; 0{,}24)$$

- kostka B: $n = 100, n_B = 41, f_B = 0{,}41$

$$\left(0{,}41 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\,; 0{,}41 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}41 \cdot 0{,}59}{100}}\right)$$

$$(0{,}31; 0{,}51)$$

- důležitý rozdíl: u kostky A patří $1/6 = 0{,}167$ do intervalu spolehlivosti; u kostky B nikoliv; může to něco znamenat?